

AUS DEM INHALT:

**HERAUSGEBER**  
**IM AUFTRAG DES VORSTANDES DER GAMM E.V.:**  
**PROF. DR.-ING. JÖRG SCHRÖDER**  
**UNIVERSITÄT DUISBURG-ESSEN**  
**PROF. DR. AXEL KLAWONN**  
**UNIVERSITÄT ZU KÖLN**

**HOLM ALTENBACH & KONSTANTIN**  
**NAUMENKO: ANFORDERUNGEN AN DIE**  
**KONSTITUTIVMODELLIERUNG DES**  
**INELASTISCHEN VERHALTENS VON**  
**HOCHTEMPERATURWERKSTOFFEN**

**JAN MODERSITZKI: MATHEMATICAL MODELS**  
**FOR THE CORRESPONDENCE PROBLEM**

## 2/2016

**JUNGE WISSENSCHAFTLER:**  
**JÖRG FEHR**  
**MIRA SCHEDENSACK**

[www.gamm-ev.de](http://www.gamm-ev.de)

**RICHARD-VON-MISES-PREIS 2016**

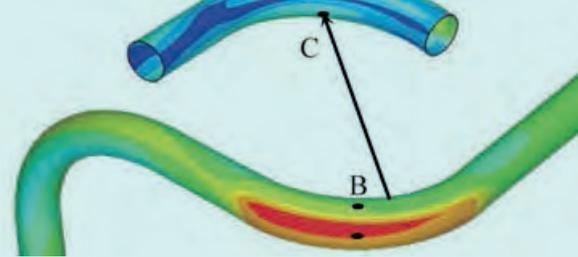
Herausgeber:  
 Prof. Dr.-Ing. Jörg Schröder  
 Universität Duisburg-Essen  
 Prof. Dr. Axel Klawonn  
 Universität zu Köln

Schriftleitung:  
 Prof. Dr.-Ing. Jörg Schröder  
 Universität Duisburg-Essen  
 Institut für Mechanik  
 Universitätsstraße 15  
 45117 Essen  
 Tel.: ++49 (0)201 / 183-2708  
 Fax: ++49 (0)201 / 183-2708  
 E-Mail: j.schroeder@uni-due.de

Anzeigenverwaltung  
 GAMM Geschäftsstelle  
 c/o Prof. Dr.-Ing. habil. Michael Kaliske  
 Institut für Statik und Dynamik der  
 Tragwerke  
 Fakultät Bauingenieurwesen  
 Technische Universität Dresden  
 01062 Dresden  
 Tel.: ++49 (0)351 / 46333448  
 E-Mail: GAMM@mailbox.tu-dresden.de

Gestaltung:  
 Dr. Hein Werbeagentur GmbH, Köln  
 www.heinagentur.de  
 Peter Liffers, Dortmund  
 www.liffers.de

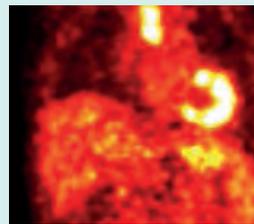
Druck:  
 Bauer & Frischluft Werbung GmbH  
 Gutenbergstr. 3  
 84069 Schierling  
 Tel.: +49 9451 943024  
 Fax: +49 9451 1837  
 E-Mail: sr@bauer-frischluft-werbung.de  
 www.bauer-frischluft-werbung.de



- 4 Anforderungen an die Konstitutivmodellierung des inelastischen Verhaltens von Hochtemperaturwerkstoffen**  
 von Holm Altenbach & Konstantin Naumenko



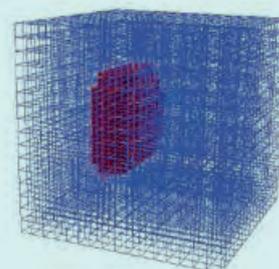
- 12 Mathematical Models for the correspondence Problem**  
 von Jan Modersitzki



- 19 Steckbrief Jörg Fehr**



- 21 Steckbrief Mira Schedensack**



- 23 GAMM Student Chapter**  
 von Robert Altmann & Claudia Schillings
- 24 GAMM 2016 in Braunschweig**  
 von Heike Faßbender & Volker Bach
- 26 GAMM 2016 in Braunschweig: Opening Speech**  
 von Wolfgang Ehlers
- 28 Beschlussprotokoll zur Jahreshauptversammlung 2016**
- 30 Bericht des Präsidenten zur Hauptversammlung GAMM 2016**
- 32 Richard-von-Mises-Preis 2016**
- 34 Nachruf: Franz Ziegler**
- 35 Wissenschaftliche Veranstaltungen**
- 35 YAMM**
- 36 Aufruf: Nachwuchs-Minisymposien**
- 37 Aufruf: Wahlen zum Vorstandsrat**
- 38 Vorstand der GAMM**
- 39 Ehrenmitglieder der GAMM**



LIEBE LESERIN, LIEBER LESER,

LIEBE GAMM-MITGLIEDER,



wir möchten in der zweiten Ausgabe des GAMM Rundbriefs 2016 mit Ihnen auf eine erfolgreiche GAMM-Jahrestagung in Braunschweig zurückschauen. Unser 87. Zusammentreffen war auch zugleich die zweite gemeinsame Konferenz mit der Deutschen Mathematiker-Vereinigung (DMV) und ein voller Erfolg. Dieser zeichnet sich durch die ca. 1300 Teilnehmerinnen und Teilnehmern aus 36 Nationen aus. Insgesamt gab es 900 Vorträge in 27 Sektionen, sowie weitere Hauptvorträge und Vorträge in Minisymposien. Einen ausführlichen Bericht zur Tagung haben Heike Faßbender und Volker Bach zu dieser Ausgabe beigetragen. Die Eröffnungsrede von Wolfgang Ehlers, wie auch sein Bericht an die Mitglieder der GAMM sind ebenfalls in dieser Ausgabe zu finden.

Wir möchten uns an dieser Stelle herzlich bei den Organisatoren für den reibungslosen Ablauf, der Technischen Universität Braunschweig für die kostenlose Bereitstellung der Räumlichkeiten, sowie dem Ministerium für Wissenschaft und Kultur des Landes Niedersachsen und der DFG für die finanzielle Unterstützung bedanken.

In dieser Ausgabe berichten wir außerdem von der erfolgreichen Erst-Umsetzung der 2015 ins Leben gerufenen „GAMM Student Chapters“. Die ersten in Chemnitz und Berlin entstandenen Gruppen berichten von ihren Aktivitäten. Wir wünschen allen Beteiligten weiterhin viel Erfolg und hoffen auf eine erstarkende Umsetzung des neuen Konzepts.

In den Leitartikeln dieser Ausgabe befassen sich Holm Altenbach und Konstantin Naumenko mit dem Thema „Anforderungen an die Konstitutivmodellierung des inelastischen Verhaltens von Hochtemperaturwerkstoffen“ und Jan Modersitzki mit „Mathematical Models for the correspondence problem“.

Der erste Artikel erörtert die Herausforderungen in der Beschreibung von Konstitutivmodellen für Hochtemperaturwerkstoffe. Das vielseitige Einsatzgebiet dieser Werkstoffe in Hochtemperaturbauteilen erfordert eine prädiktive, realitätsnahe Modellierung. Die Forschung der letzten Jahrzehnte hat bereits eine Vielzahl von Lösungen geliefert, dennoch verbleiben offene Problemstellungen, die aus der Komplexität der Belastung dieser Bauteile resultieren, welche sowohl starken thermischen wie auch mechanischen Beanspruchungen unterliegen, was unter anderem zu Kriechermüdungsvorgängen führt.

Der Artikel von Jan Modersitzki befasst sich mit der „Correspondence“ Problemstellung und den Möglichkeiten diese durch numerische Modelle zu erfassen. Eine wesentliche Herausforderung ist die automatische „Korrespondenz“ von Daten herzustellen, die aus unterschiedlichen Projektionen eines Bildes entstanden sind, so beispielsweise bei 3D Bildaufnahmen in der Medizin. Anhand verschiedener Beispiele zeigt er die grundsätzlichen Hürden dieser Disziplin auf. Diese ist durch den Bedarf an performanten Ähnlichkeitsmaßen und Regularisierungsmethoden, wie auch die Multidisziplinarität der medizinischen Bildverarbeitung begründet.

Ferner stellen sich die Nachwuchswissenschaftler/in Dr. Mira Schedensack, tätig an der Universität Bonn, und Jun.-Prof. Dr.-Ing. Jörg Fehr (SRC SimTech) der Universität Stuttgart vor.

Herzlich möchten wir an dieser Stelle auch den Preisträgern des diesjährigen Richardvon-Mises Preises gratulieren. Die Laudationes auf Josef Kiendl von Alessandro Reali und auf Martin Stoll von Peter Benner sind in dieser Ausgabe nachzulesen.

Für weitere Anregungen zur Gestaltung des GAMM-Rundbriefs und zur Einsendung von Beiträgen und Steckbriefen schicken Sie bitte eine E-Mail an [klawonn@math.uni-koeln.de](mailto:klawonn@math.uni-koeln.de) (Mathematik) oder an [j.schroeder@uni-due.de](mailto:j.schroeder@uni-due.de) (Mechanik).

Wir wünschen Ihnen viel Freude beim Lesen.  
Essen und Köln im August 2016,

Jörg Schröder und Axel Klawonn

# ANFORDERUNGEN AN DIE KONSTITUTIVMODELLIERUNG DES INELASTISCHEN VERHALTENS VON HOCHTEMPERATURWERKSTOFFEN

VON HOLM ALTENBACH & KONSTANTIN NAUMENKO

Zahlreiche Werkstoffe und Bauteile werden komplexen mechanischen und thermischen Beanspruchungen im "Hochtemperaturbereich" ausgesetzt. Die Definition von "Hochtemperaturwerkstoffen" und "Hochtemperaturbauteilen" bezieht sich auf den Wert der homologen Temperatur  $T/T_m$ , wobei  $T$  die absolute Temperatur und  $T_m$  die Schmelztemperatur sind. Werkstoffe, die im Bereich  $0.3 < T/T_m < 0.7$  effizient eingesetzt werden können, heißen Hochtemperaturwerkstoffe. Beispiele dafür sind hitzebeständige Stähle, Nickel-Basis-Legierungen, ausgehärtete Aluminiumlegierungen, Gusseisenwerkstoffe und Metallmatrix-Kompositwerkstoffe. Bauteile, die in diesem Temperaturbereich über einen langen Zeitraum betrieben werden, heißen Hochtemperaturbauteile. Beispiele hierfür sind Großbauteile wie Turbinenschaufeln, Turbinengehäuse, Rotoren, Dampfleitungsrohre und Turbolader, aber auch Kleinkomponenten der Mikroelektronik wie Bonddrähte, Lötverbindungen u.a.m.

In den letzten vier Jahrzehnten wurden zahlreiche Ansätze für die Beschreibung des Werkstoffverhaltens entwickelt und für die Auslegung sowie die Lebensdauerbewertung von Bauteilen effizient eingesetzt [2, 6]. Nachfolgend sollen anhand von Beispielen aus der Praxis zukünftige Anforderungen an Konstitutivmodelle diskutiert werden.

## 1 Bauteilanalysen

Ziel dieses Abschnitts ist es, einige numerische Untersuchungen von Großbauteilen zu präsentieren sowie Anforderungen an die zugrundegelegte Werkstoffmodellierung zu diskutieren. Eine detaillierte Beschreibung findet man in [6].

Das erste Beispiel ist ein Dampfleitungsrohr (Abb. 1). Dessen Betriebsverhalten ist in [4] dokumentiert. Das Rohr aus Stahl 1Cr0.5Mo (13CrMo4-5) wurde bei einer Temperatur im Bereich 500–550° C und Innendruck von 11.8 MPa betrieben. Nach ca. 77.000 h ist ein Riss entlang des äußeren Radius eines Rohrbogens aufgetreten. Die metallographische Analyse des Querschnitts hat typische Kriechschädigung aufgrund von Mikroporen und Mikrorisse an Korngrenzen gezeigt.

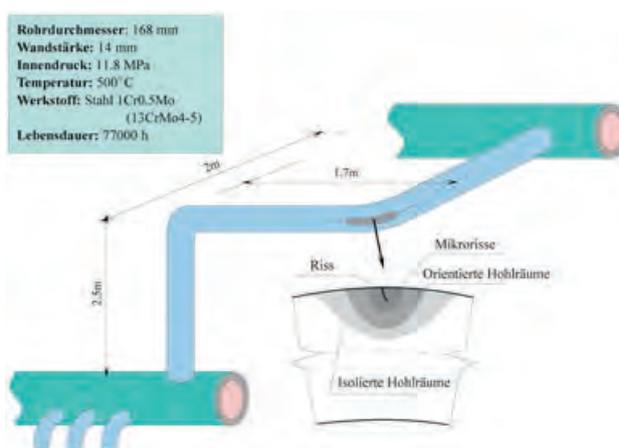


Abb. 1: Kriechschädigung in einem Dampfleitungsrohr, nach [4].

Ergebnisse einer strukturmechanischen Analyse mit einem Konstitutivmodell für das Werkstoffkriechen und Schädigung sind in [7] ausführlich diskutiert. Nachfolgend sollen einige repräsentative Verläufe erklärt werden. Abbildung 2a zeigt die Verteilung der Vergleichsspannung nach von Mises im Referenzzustand nach der Erwärmung und Beanspruchung durch Innendruck. Aus den Ergebnissen kann man schließen, dass die beiden Rohrbögen zu komplexen räumlichen Spannungs- und Verformungszuständen ausgesetzt sind.

Zusätzlich werden die Werte der Vergleichsspannung nach von Mises in drei Punkten des kritischen Rohrbogens als Funktion der Zeit dargestellt. Der Kriechprozess kann in drei Stadien unterteilt werden. Während des ersten Stadiums (ca. 50 % der Lebensdauer) treten erhebliche Spannungsumlagerungen auf, Abb. 2b. Das zweite Stadium (ca. 45 % der Lebensdauer) wird durch langsame Änderungen im Spannungszustand charakterisiert. Im letzten Stadium (ca. 5 % der Lebensdauer) erkennt man zusätzliche Spannungsumlagerung, Abb. 2b, die zum einen durch die Ovalisierung des Querschnitts und die

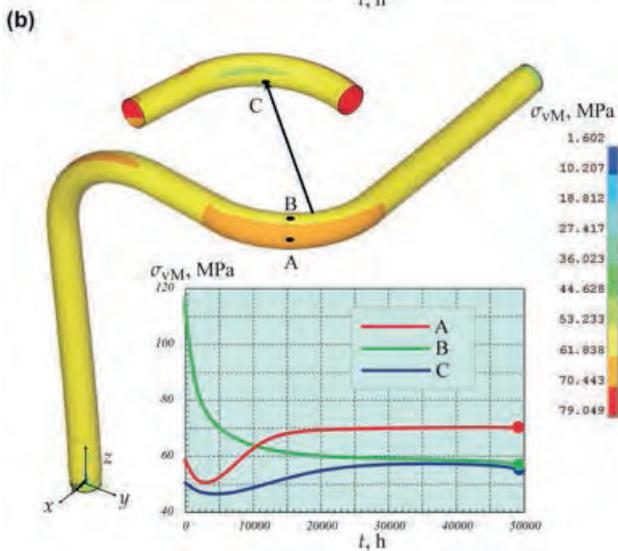
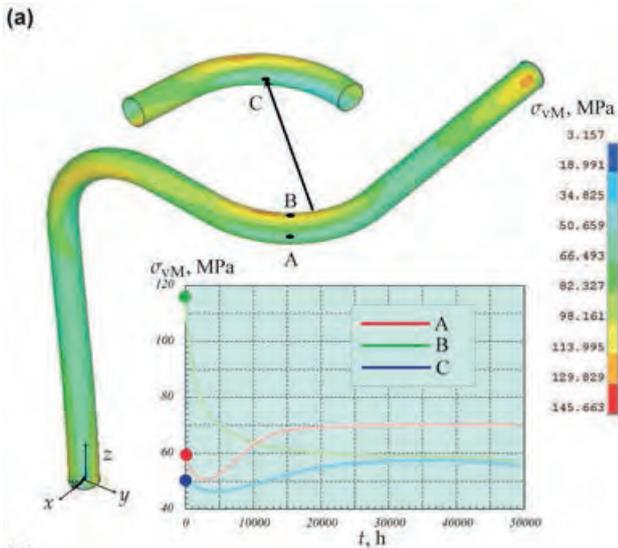


Abb. 2: Verteilung der Vergleichsspannung nach von Mises und die entsprechenden Zeitverläufe in drei Punkten des Rohrbogens. (a) Ausgangszustand, (b) letzter Zeitschritt der Berechnung.

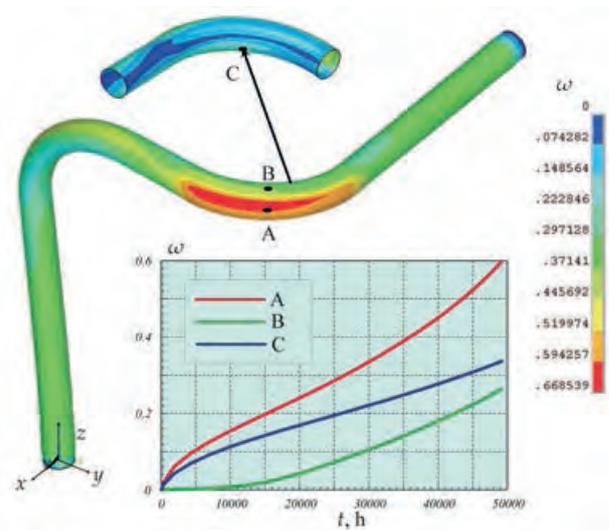


Abb. 3: Verteilung des Schädigungsparameters im letzten Zeitschritt der Berechnung und die entsprechenden Zeitverläufe.

Verringerung der Biegesteifigkeit im Rohrbogen bedingt ist. Zum anderen lokalisieren Schädigungsvorgänge, was zu einer lokalen Spannungsabnahme führt. Um den Schädigungszustand näherungsweise zu erfassen, ist in [7] ein Schädigungsparameter und die entsprechende Evolutionsgleichung formuliert. Die Verteilung des Schädigungsparameters im letzten Berechnungszeitschritt ist in Abb. 3 dargestellt.

Die Ergebnisse zeigen, dass der Punkt A des Rohrbogens die kritische Stelle für das mögliche Kriechversagen ist. Dieses Ergebnis stimmt gut mit den Angaben in [4] überein, wobei der Riss an der gleichen Position ermittelt wurde.

Zu beachten ist, dass einige Parameter der Referenzrohrbiegegeometrien in [4] nicht angegeben sind und in der strukturmechanischen Analyse angenommen wurden. Viele zusätzliche Details der Geometrie einschließlich der anfänglichen Unrundheit des Querschnitts, inhomogene Materialeigenschaften als Folge der Herstellung, Hoch- und

Runterfahren der Anlage während des Betriebs wurden in dem vorgestellten Modell nicht beachtet. Das verwendete Materialmodell vernachlässigt auch das Primärkriechen. Das Tertiärkriechen wird durch lediglich einen Schädigungsparameter beschrieben und die entsprechende kinetische Gleichung unterscheidet nicht zwischen den verschiedenen im Werkstoff ablaufenden Prozessen, die zum beschleunigten Kriechen führen können. Beispiele für diese Prozesse sind Vergrößerung von Ausscheidungen, Entfestigung durch Subkornvergrößerung und Hohlraumbildung an Korngrenzen. Daher unterscheidet sich die berechnete Lebensdauer (49.000 h) von dem in [4] angegebenen Wert von 77000 h. Dennoch zeigen die Ergebnisse, dass das Modell ermöglicht, die Besonderheiten der inelastischen Verformung im Bauteil korrekt wiederzugeben und die kritischen Zonen des Versagens qualitativ vorherzusagen. Den Kern eines solchen Modells bildet die konstitutive Beschreibung des Werkstoffverhaltens, wobei folgende Anforderungen zu beachten sind:

- Die inelastische Verformungsgeschwindigkeit hängt nichtlinear vom Spannungsniveau ab. Konstitutive Gleichungen sind oft anhand von Kurzzeitkriechversuchen bei hohen Spannungen indentifiziert. Nicht jede Konstitutivgleichung ist aber in der Lage, das Werkstoffverhalten bei moderaten Spannungen mit einer zufriedenstellenden Genauigkeit zu beschreiben. Beispielsweise können die weit verbreiteten Potenzgesetze (power laws) die inelastische Verformungsgeschwindigkeit für die in der Praxis relevanten Spannungsniveaus wesentlich unterschätzen.
- Die inelastische Verformung im Langzeitbetrieb ist von zahlreichen Änderungen des Gefüges begleitet. Insbesondere sind Entfestigung, Alterung und Schädigung zu beachten. Für die Lebensdauerabschätzung sind daher mehrere Zustandsvariablen und kinetische Gleichungen erforderlich.

Zahlreiche Bauteile unterliegen komplexen thermischen und mechanischen Beanspruchungen, die z.B. durch An- und Abfahrten hervorgerufen werden. Beispiele dafür sind Kraftwerkskomponenten [1, 3, 9] oder Turbolader [5]. Die Überlagerung von quasistatischen und transienten Beanspruchungen führt zu komplexen Kriechermüdungsvorgängen, die mit Hilfe eines Konstitutivmodells zu beschreiben sind.

Das nächste Beispiel illustriert das Verhalten einer gekerbten Welle für einen Zyklus einer thermo-mechanischen Beanspruchung. Abbildung 4 zeigt das geometrische Modell und das idealisierte Dampftemperaturprofil auf der Oberfläche sowie die zeitliche Änderung der Dampftemperatur auf der Oberfläche des Rotors.

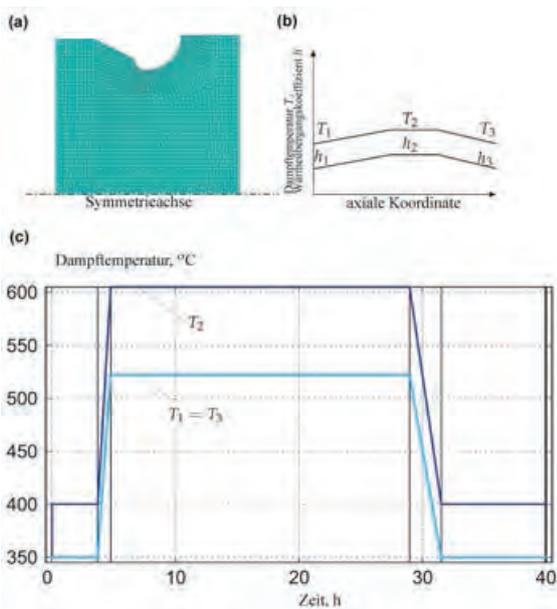


Abb. 4: Geometrisches Modell einer gekerbten Welle und idealisiertes Dampftemperaturprofil. (a) Finite Element Modell, (b) qualitative Verteilung der Dampftemperatur und des Wärmeübergangskoeffizienten entlang der axialen Koordinate, (c) Dampftemperatur an ausgewählten Stellen als Funktion der Zeit, nach [9].

Die größte Dampftemperatur  $T_2$  im Bereich der Kerbe wird von  $400^\circ\text{C}$  auf  $600^\circ\text{C}$  erhöht, danach bei  $600^\circ\text{C}$  gehalten und bis auf  $400^\circ\text{C}$  abgesenkt (Abb. 4). Die Veränderungen der Dampfparameter während des Aufwärmens und Abkühlens werden durch zeitabhängige Wärmeübergangskoeffizienten  $h_i$  berücksichtigt.

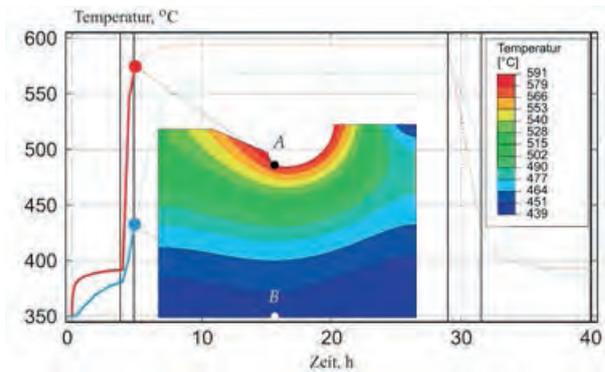


Abb. 5: Temperaturverteilung in der Welle während des Aufwärmens bei  $t = 4.5\text{ h}$ , nach [9].

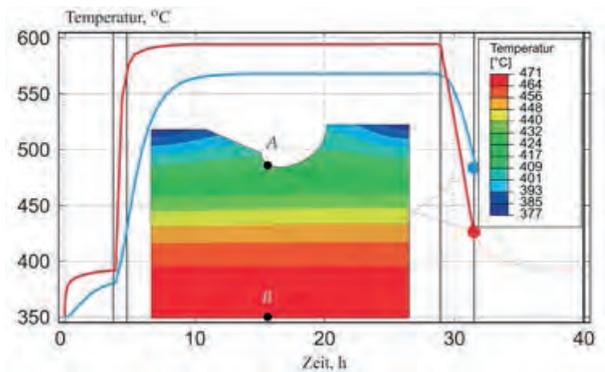


Abb. 6: Temperaturverteilung in der Welle während des Abkühlens bei  $t = 32\text{ h}$ , nach [9].

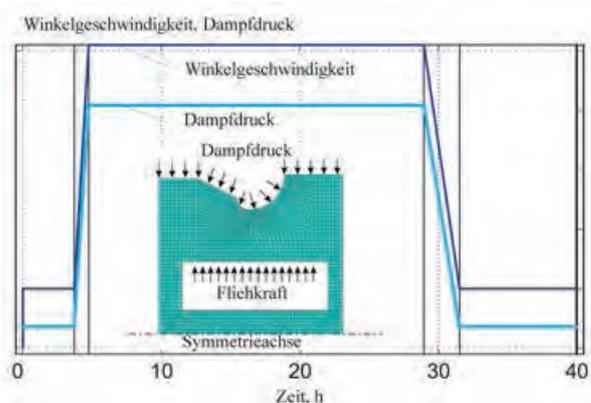


Abb. 7: Geometrisches Modell einer gekerbten Welle und idealisierte Belastungsverläufe, nach [9].

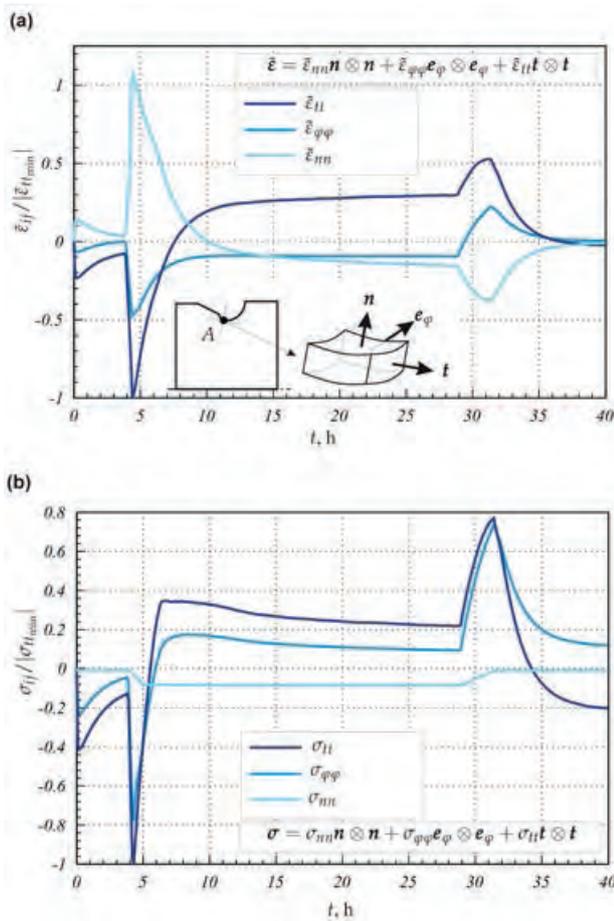


Abb. 8: Zeitverläufe im Punkt A: (a) Komponenten des mechanischen Verzerrungstensors, (b) Komponenten des Spannungstensors, nach [9].

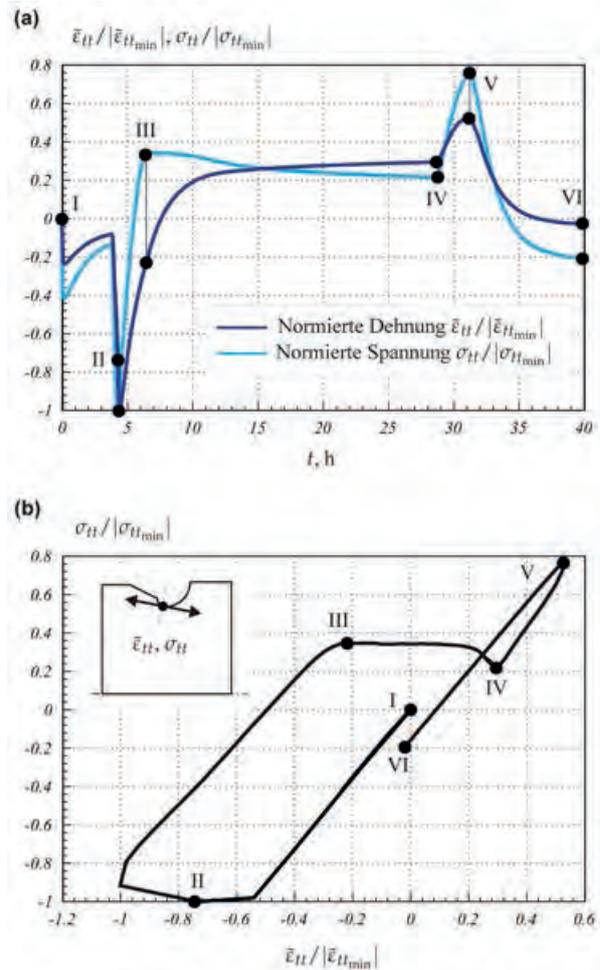


Abb. 9: Lokale Beanspruchung im Punkt A im ersten Zyklus. (a) Tangentialspannung und mechanische Tangentialdehnung als Funktionen der Zeit, (b) Tangentialspannung als Funktion der Tangentialdehnung, nach [9].

Die Abb. 5 und 6 illustrieren die Ergebnisse der Wärmeleitanalyse, wobei die Temperaturverteilungen und zeitliche Änderungen der Temperatur in zwei Punkten A und B der Welle dargestellt sind.

Bei  $t = 4,5$  h während des Aufwärmens ist der größte Unterschied zwischen den Temperaturen in A und B zu erkennen (Abb. 5). Während der Haltezeit verringert sich diese Differenz und erreicht einen konstanten Wert von etwa 25°C (Abb. 6).

Während der Abkühlphase nimmt der Betrag der Temperaturdifferenz zu. Dabei ist die Temperatur der Oberfläche (Punkt A) niedriger als die Temperatur der Symmetrieachse (Punkt B). Der größte Wert dieser Differenz ist bei  $t = 32$  h zu erkennen (Abb. 6). Am Ende des Zyklus erreicht das Temperaturfeld einen stationären Zustand.

Das berechnete Temperaturfeld sowie die primären Lasten (Dampfdruck auf der Oberfläche des Rotors und Fliehkraft), Abb. 7, sind für die anschließende strukturmechanische Analyse Ausgangspunkt. Zu diesem Zweck wurde das konstitutive Modell für das Materialverhalten eines warmfesten Chromstahls entwickelt und eingesetzt [8, 9].

Abbildung 8a zeigt Zeitverläufe von drei Komponenten des mechanischen Verzerrungstensors (Gesamtverzerrungstensor vermindert um den thermischen Ausdehnungstensor) im Punkt A der Oberfläche. Die Verläufe der entsprechenden Komponenten des Spannungstensors sind in Abb. 8b abgebildet. Die beiden Tensoren sind bezogen auf die lokale Richtungen im Punkt A (Normalenrichtung, Tangentialrichtung und Umfangsrichtung) dargestellt. Zu beachten ist, dass diese Richtungen die Hauptrichtungen von beiden Tensoren sind. Die in Abb. 8 dargestellten Komponenten sind die Hauptwerte. Basierend auf den Zeitverläufen von Tangentialkomponenten des Verzerrungs- und des Spannungstensors kann man den lokalen Druckzustand während des Aufwärmens mit den größten Absolutwerten bei  $t = 4,5$  h erkennen. Während der Haltezeit nimmt die Tangentialdehnung langsam zu, wobei die Tangentialspannung relaxiert. Dies entspricht einer typischen Kriechbeanspruchung. Während des Abkühlens erkennt man die lokale Zugbeanspruchung mit den größten Werten bei  $t = 32$  h.

Abbildung 9a zeigt die normierten tangentialen Komponenten des Verzerrungs- und des Spannungstensors als Funktionen der Zeit. Die entsprechende Hystereseschleife ist in Abb. 9b dargestellt. Der Teil I-II der Schleife ist die Antwort während des Aufwärmens mit zunehmender Temperaturdifferenz zwischen der Oberfläche und der Symmetrieachse der Welle. Hier erreichen die Spannung und die Verzerrung die minimalen Werte im Druckbereich. Der Teil II-III entspricht dem Aufwärmern mit der abnehmenden Temperaturdifferenz. Am Punkt III erhält man die Zugspannung und die negative mechanische Dehnung. Dies kann vor allem aufgrund der inelastischen Verzerrung, die während des Aufwärmens akkumuliert ist, erklärt werden. Ähnliche Verläufe sind in der Regel in einachsigen TMF-Versuchen (thermo-mechanical fatigue) beobachtet worden, z.B. [3]. Der Teil III-IV entspricht der Haltezeit mit einer langsamen Zunahme der Verzerrung und Abnahme der Spannung (Kriechbereich). Der Teil IV-V ist der Bereich der lokalen Zugbeanspruchung während des Abkühlens mit einer zunehmenden Temperaturdifferenz (die Temperatur der Oberfläche ist niedriger als die Temperatur der Symmetrieachse). Der Teil V-VI entspricht dem Abkühlen mit der Abnahme der Temperaturdifferenz.

Dieses Beispiel illustriert, dass für die numerische Bauteilanalyse sowohl langsame als auch transiente inelastische Vorgänge des Werkstoffverhaltens zu beschreiben sind. Zur Erfassung dieser Phänomene sollte das konstitutive Modell die folgenden Anforderungen erfüllen:

- Inelastisches Werkstoffverhalten für langsame und schnelle Beanspruchungen sind durch ein einheitliches Konstitutivmodell zu beschreiben.
- Zahlreiche Phänomene können erst über mehrere Belastungszyklen experimentell beobachtet werden. Beispiele dafür sind zyklische Entfestigung, Ratcheting, Ermüdungsschädigung. Dabei bestimmt das Belastungsprofil innerhalb eines Zyklus, wie z.B. Warmstart, das Werkstoffverhalten über die längere Betriebszeit. Die Evolutionsgleichungen für die inneren Zustandsvariablen müssen dabei sowohl schnelle (innerhalb einiger Zyklen) als auch langsame (über eine größere Anzahl von Zyklen) Vorgänge beschreiben.

## 2 Mikromechanische Analysen

Viele Aspekte des inelastischen Werkstoffverhaltens können basierend auf mikromechanischen Analysen qualitativ illustriert und erklärt werden. Ferner helfen solche Analysen, die geeigneten Zustandsvariablen und Evolutionsgleichungen für das makroskopische Werkstoffverhalten zu begründen. Wir beschränken uns hier auf einige Beispiele für idealisierte Polykristalle mit dem Ziel, Anforderungen an die Konstitutivmodelle zu diskutieren. Abbildung 10 zeigt ein mit Hilfe eines Voronoi-Diagramms erstelltes geometrisches Modell eines Polykristalls. Die Algorithmen der Modellbildung einschließlich die zufällige Generierung von kristallographischen Richtungen und Korngrenzeneinflusszonen sind in [12] ausführlich diskutiert.

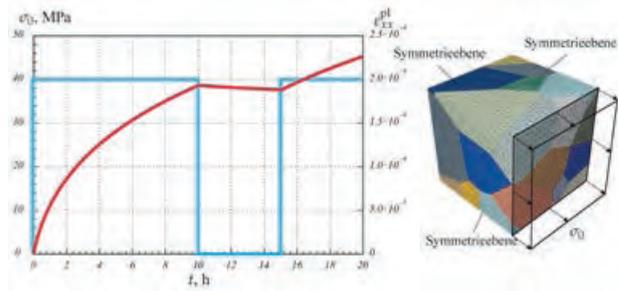


Abb. 10: Geometrisches Modell eines Polykristalls, Belastungsprofil und gemittelte inelastische Dehnung als Funktion der Zeit.

Für die einzelnen Kristalle wurden Konstitutivgleichungen für anisotropes (kubisch-symmetrisches) Potenzgesetzkriechen und Kristallviskoplastizität formuliert und basierend auf Versuchsdaten für einkristalline Kupferproben identifiziert [10]. Für Korngrenzeneinflusszonen wurden spezielle Konstitutivannahmen getroffen, um Korngrenzengleiten und -kavitation zu beschreiben. Zahlreiche Berechnungen illustrieren die Besonderheiten des Kriechverhaltens für einfache und nichtproportionale Beanspruchungen [11]. Hier soll ein Beispiel für das Primärkriechen erläutert werden. Abbildung 10 zeigt die kinematischen Randbedingungen für ein Volumenelement sowie das Belastungsprofil. Dabei wird das Volumenelement 10 h durch eine gleichförmige Zugspannung beansprucht. Nach der Entlastung und Erholung von 5 h erfolgte die zweite Belastung bis auf das gleiche Spannungsniveau. Die über das Volumen gemittelte inelastische Dehnung illustriert die Antwort des Modellpolykristalls auf die vorgegebene Beanspruchung, Abb. 10. Während der ersten Belastungsstufe erkennt man das typische Primärkriechen mit der abnehmenden Verformungsgeschwindigkeit. Nach dem Entlasten ist die Kriecherholung als Abnahme der inelastischen Dehnung zu erkennen. Nach der zweiten Belastung ergibt sich erneut das Primärkriechen, aber mit einer deutlich geringeren Verformungsgeschwindigkeit. Die Erklärung dieser Phänomene folgt aus der Analyse von lokalen Verformungs- und Spannungszuständen in Einzelkristallen. Abbildung 11 illustriert die axialen inelastischen Dehnungen.

Man erkennt, dass die inelastische Verformung im Modellpolykristall heterogen ist. In vielen Bereichen ist die inelastische Dehnung deutlich größer als die mittlere Dehnung. Solche Bereiche können als inelastisch-weich bezeichnet werden. In den inelastisch-harten Bereichen ist dagegen die Verformung geringer als die mittlere Verformung. Nach der Belastung erfolgt die Spannungsumlagerung im Modellpolykristall, Abb. 12. In den inelastisch-weichen Bereichen relaxieren dabei die Spannungen, in den inelastisch-harten Bereichen die Spannungen zunehmen. Nach dem Entlasten bleiben Eigenspannungen in den Einzelkristallen. Insbesondere sind die weichen Bereiche bei Druckspannungen beansprucht. Damit lässt sich die scheinbare Verfestigung des Polykristalls nach der zweiten Beanspruchung erklären.

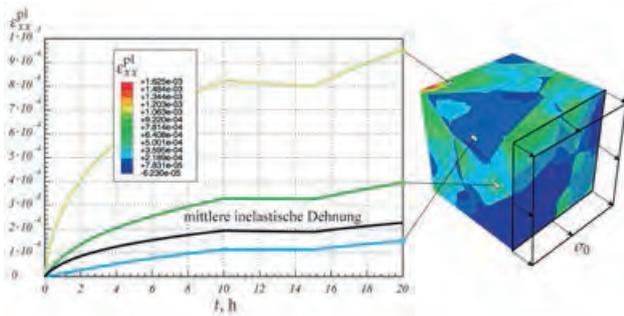


Abb. 11: Zeitverläufe und Verteilung der axialen inelastischen Dehnung im Modellpolykristall.

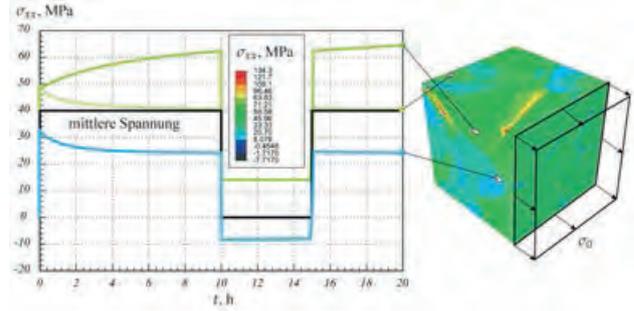


Abb. 12: Zeitverläufe und Verteilung der axialen Spannung im Modellpolykristall.

Die (repräsentativen) Volumenelemente sind für die Untersuchung von vielen Werkstoffphänomenen hilfreich, geben aber wenig Auskunft über die Oberflächen- und Gradienteneffekte, die oft für die Schädigungsevolution und das Versagen entscheidend sind. Eine Möglichkeit, solche Effekte zu illustrieren, liegt in der Vollskalensimulation (full scale) des Bauteilverhaltens. Hierbei wird das Bauteil einschließlich Mikrostruktur des Polykristalls numerisch untersucht. Abbildung 13 illustriert die mit Hilfe des Voronoi-Diagramms

generierten Bauteilmodelle für eine zylindrische und eine gekerbte Probe. Unter der Vorgabe der homogenen zyklischen Verschiebung an freien Flächen von Modellproben wurde das LCF (low cycle fatigue) Verhalten numerisch untersucht. Um glatte Verformungs- und Spannungsfelder zu erhalten, wurden  $N$  zufällig generierte Modellkörper bei dem selben zyklischen Verschiebungsprofil numerisch untersucht, Abb. 14, und die Berechnungsergebnisse für die Feldvariablen gemittelt.

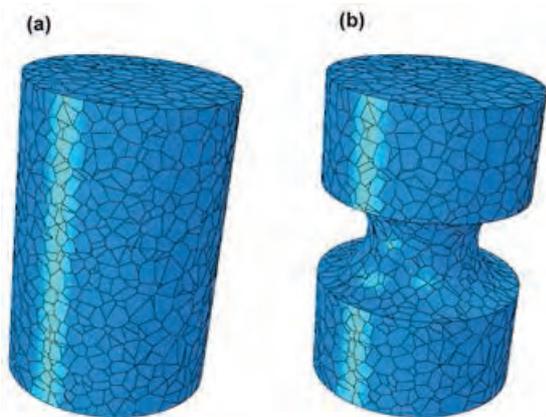


Abb. 13: Geometrische Polykristallmodelle für einfache Körper. (a) zylindrische Probe, (b) gekerbte Probe, nach [12].

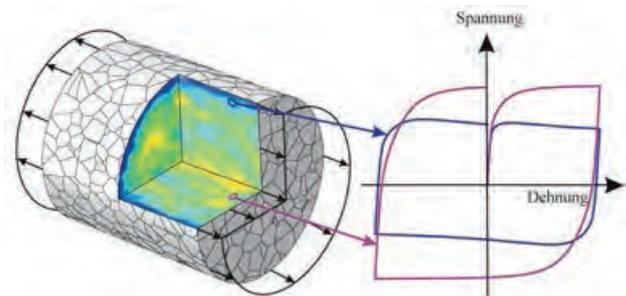


Abb. 15: Oberflächeneffekt der Spannungsverteilung in einer zylindrischen Probe, nach [12].

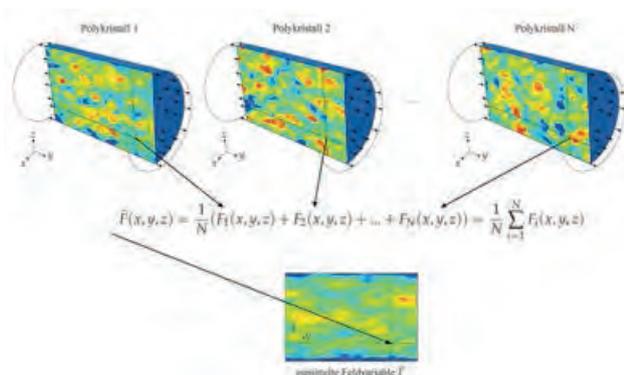


Abb. 14: Mittelung eine Feldvariable basierend auf  $N$  Polykristallmodellen, nach [12].

Als Beispiel zeigt Abb. 15 das Spannungsfeld und die Hysteresisschleife in der zylindrischen Probe. Man erkennt einen Oberflächeneffekt der Spannungsverteilung: die Spannungen an der Oberfläche sind wesentlich geringer als die Spannungen im Großteil der Probe. Die Ergebnisse der mikromechanischen Modellierung illustrieren partielle Mechanismen der inelastischen Verformung im Bereich der hohen Temperaturen. Um quantitative Aussagen über das Verhalten von Konstruktionswerkstoffen zu gewinnen, sind u.a. folgende Phänomene zu beachten:

- Die Gleitgeometrie (Gleitebenen und Richtungen) der Einzelkristalle sind für hohe Temperaturen wegen Gleiten und Klettern von Versetzungen nicht immer gut definiert.

- Im Bereich der Kriechbeanspruchung ist die Entstehung bzw. Änderung von komplexen Versetzungsstrukturen (Zellen, Subkörner etc.) zu beachten.
- Spannungs- und Verformungszustände zeigen Gradienteneffekte an freien Oberflächen und/oder Grenzflächen. Solche Effekte können nur im Rahmen einer verallgemeinerten Kontinuumsmechanik berücksichtigt werden.

## Literatur

- [1] F. Colombo, E. Mazza, S. R. Holdsworth, R. P. Skelton. Thermo-mechanical fatigue tests on uniaxial and component-like 1CrMoV rotor steel specimens. *International Journal of Fatigue*, 30:241 - 248, 2008.
- [2] D. Francois, A. Pineau, A. Zaoui. *Mechanical Behaviour of Materials: Volume I: Micro- and Macroscopic Constitutive Behaviour*, volume 191. Springer Science & Business Media, 2012.
- [3] Y. Kostenko, H. Almstedt, K. Naumenko, S. Linn, A. Scholz. Robust Methods for Creep Fatigue Analysis of Power Plant Components Under Cyclic Transient Thermal Loading. *ASME Turbo Expo 2013: Turbine Technical Conference and Exposition, GT2013-95680*, pages 1 - 8, 2013. American Society of Mechanical Engineers.
- [4] I. Le May, T. L. da Silveria, S. K. P. Cheung-Mak. Uncertainties in the evaluations of high temperature damage in power stations and petrochemical plant. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 59:335 - 343, 1994.
- [5] M. Nagode, F. Langer, M. Hack. Damage operator based lifetime calculation under thermo-mechanical fatigue for application on Ni-resist D-5S turbine housing of turbocharger. *Engineering Failure Analysis*, 18(6):1565 - 1575, 2011.
- [6] K. Naumenko, H. Altenbach. *Modeling High Temperature Materials Behavior for Structural Analysis. Part I: Continuum Mechanics Foundations and Constitutive Models*. Springer Science & Business Media, 2016.
- [7] K. Naumenko, H. Altenbach. *Modelling of Creep for Structural Analysis*. Springer, Berlin et al., 2007.
- [8] K. Naumenko, H. Altenbach, A. Kutschke. A combined model for hardening, softening and damage processes in advanced heat resistant steels at elevated temperature. *International Journal of Damage Mechanics*, 20:578 - 597, 2011.
- [9] K. Naumenko, A. Kutschke, Y. Kostenko, Th. Rudolf. Multi-axial thermo-mechanical analysis of power plant components from 9-12%Cr steels at high temperature. *Engineering Fracture Mechanics*, 78:1657 - 1668, 2011.
- [10] O. Ozhoga-Maslovskaja, Micro scale modeling grain boundary damage under creep conditions. Dissertation, Otto von Guericke University Magdeburg, Magdeburg, 2014.
- [11] O. Ozhoga-Maslovskaja, K. Naumenko, H. Altenbach, O. Prygoriev. Micromechanical simulation of grain boundary cavitation in copper considering non-proportional loading. *Computational Materials Science*, 96, Part A:178 - 184, 2015.
- [12] O. Prygoriev. Statistical analysis of stress and deformation state in polycrystalline aggregates with a large number of grains. Dissertation, Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, 2015.



**Holm Altenbach** (Jahrgang 1956) ist Professor für Technische Mechanik am Institut für Mechanik der Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg. Er studierte von 1974 bis 1980 am Leningrader Polytechnischen Institut, wurde dort 1983 promoviert und habilitierte sich an der gleichen Einrichtung 1987. Nach verschiedenen Gastprofessuren in der Ukraine, der Slowakei und in Lettland erhielt er 1995 einen Ruf an die ETH Lausanne sowie an die Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg. Letzteren nahm er 1996 an. Seit 2011 ist er wieder in Magdeburg tätig. In diesem Jahr absolvierte er auch einen Forschungsaufenthalt in Japan. Im Studienjahr 2015/16 lehrte er an seiner Alma Mater in St. Petersburg. Er gehört seit über 10 Jahren zu den Herausgebern der ZAMM. Gleichzeitig ist er Mitherausgeber der Springer-Buchreihe „Advanced Structured Materials“. Für seine wissenschaftlichen Leistungen sowie Aktivitäten in der internationalen Zusammenarbeit erhielt er Ehrendokorate von der Nationalen Technischen Universität Kharkiv (Ukraine), der Ovidius Universität Constanta (Rumänien) und der Staatlichen Iwane-Dschawachischwili-Universität in Tbilisi (Georgien). Er war an drei Graduiertenkollegs der Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg beteiligt und hat zahlreiche Tagungen sowie CISM-Kurse organisiert.



**Konstantin Naumenko** (Jahrgang 1966) ist apl. Professor am Institut für Mechanik der Otto-von-Guericke Universität Magdeburg. Er studierte 1983-1989 Angewandte Mechanik an der Polytechnischen Universität Kharkov, wurde 1996 an der Otto-von-Guericke Universität Magdeburg promoviert und habilitierte sich 2006 an der Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg. Er ist Vorstandsmitglied im Graduiertenkolleg „Micro-Macro-Interactions in Structured Media and Particle Systems“ und hat zahlreiche anwendungsorientierte Projekte zu den Themen Kriechermüdung und thermo-mechanische Ermüdung. Im Jahre 2014 war er Gastprofessor am Politecnico di Milano.

# RUNDBRIEF READERS

Save 30% on these SIAM titles:

## Learning LaTeX, Second Edition

David F. Griffiths and Desmond F. Higham

*"Do you need equations in your document? Close Equation Editor and learn LaTeX—the de facto standard for typesetting mathematics. Griffiths and Higham have updated their concise and example-filled LaTeX introduction to include bibliographies, posters, presentations slides, and essential online resources."*

— Paul G. Constantine, Colorado School of Mines

This second edition of the well-regarded and highly successful book includes additional material on: the American Mathematical Society packages for typesetting additional mathematical symbols and multi-line displays; the BiBTeX program for creating bibliographies; and the Beamer package for creating presentations.

2016 •  $x + 103$  pages • Softcover • 978-1-611974-41-6 • List \$29.00 • Rundbrief Reader \$20.30 • OT148

## Phylogeny: Discrete and Random Processes in Evolution

Mike Steel

CBMS-NSF Regional Conference Series in Applied Mathematics 89

Phylogenetics is a topical and growing area of research. Phylogenies (phylogenetic trees and networks) allow biologists to study and graph evolutionary relationships between different species. These are also used to investigate other evolutionary processes—for example, how languages developed or how different strains of a virus (such as HIV or influenza) are related to each other. This self-contained book addresses the underlying mathematical theory behind the reconstruction and analysis of phylogenies. The theory is grounded in classical concepts from discrete mathematics and probability theory as well as techniques from other branches of mathematics. The biological relevance of the results is highlighted throughout.

2016 •  $xiv + 293$  pages • Softcover • 978-1-611974-47-8 • See <http://bookstore.siam.org/CB89> for pricing • CB89

## Discourse on Fourier Series

Cornelius Lanczos

Classics in Applied Mathematics 76

Originally published in 1966, this well-written and still-cited text covers Fourier analysis, a foundation of science and engineering. Many modern textbooks are filled with specialized terms and equations that may be confusing, but this book uses a friendly, conversational tone to clarify the material and engage the reader. The author meticulously develops the topic and uses 161 problems integrated into the text to walk the student down the simplest path to a solution.

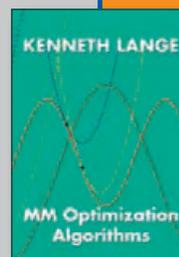
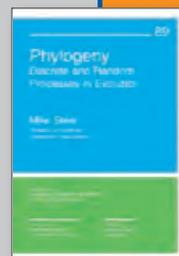
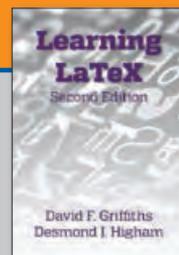
2016 • Approx.  $viii + 297$  pages • Softcover • 978-1-611974-51-5 • See <http://bookstore.siam.org/CL76> for pricing • CL76

## MM Optimization Algorithms

Kenneth Lange

The author presents the first extended treatment of MM algorithms, which are ideal for highdimensional optimization problems in data mining, imaging, and genomics; derives numerous algorithms from a broad diversity of application areas, with a particular emphasis on statistics, biology, and data mining; and summarizes a large amount of literature that has not reached book form before.

2016 • Approx.  $x + 223$  pages • Hardcover • 978-1-611974-39-3 • List \$74.00 • Rundbrief Reader \$51.80 • OT147



Be sure to enter code "BKGM16" to get special discount price.

**siam** SOCIETY FOR INDUSTRIAL AND APPLIED MATHEMATICS

TO ORDER, SHOP ONLINE AT [bookstore.siam.org](http://bookstore.siam.org).

Use your credit card (AMEX, MasterCard, and VISA) by phone: +1-215-382-9800 (worldwide) or fax: +1-215-386-7999.

Or send check or money order in US dollars to: SIAM, Dept. BKGM16, 3600 Market Street, 6th Floor, Philadelphia, PA 19104-2688 USA.

Members and customers outside North America can order SIAM books through Cambridge University Press at [www.cambridge.org/siam](http://www.cambridge.org/siam).

8/16

**ORDER ONLINE: BOOKSTORE.SIAM.ORG**

# MATHEMATICAL MODELS FOR THE CORRESPONDENCE PROBLEM

BY JAN MODERSITZKI

## Abstract

We introduce the fascinating correspondence problem also known as image registration. Roughly spoken, the goal is to automatically establish correspondences between points in different projections of a scene. In particular in medical imaging, this problem is very important and used for applications such as motion correction or data fusion. Several examples displaying different facets of the problem are discussed.

A mathematical framework for the correspondence problem is outlined. Starting point is a variational formulation, where a joint energy is to be minimized on an appropriate set. Modular building blocks such as distance measures and regularizers are briefly discussed and related to particular applications. Finally, a brief outlook on constrained image registration is presented. Constraints are used to improve the modeling by restricting the admissible set in a smart way.

## 1 Introduction

One of the central problems in image processing is the so-called correspondence or image registration problem (also known as co-registration, fusion, matching, morphing, warping). The goal of image registration is to automatically establish geometrical correspondences between two or more views of a scene. Particularly in medical imaging, image registration is an important tool for applications such as data fusion or motion correction. Fig. 4 displays an example, where images with complementary information (CT image for anatomy and PET images for functionality) are to be fused. As the images need to be acquired with different positioning of the patient (arms up/down), a direct overlay of the images can lead to miss-interpretation of the data. Image registration is used to establish the geometrical correspondences. More generally, a scene might be captured in terms of different images displaying views of objects or organs. These images may be acquired at different times, from different devices or perspectives, or reveal even different types of information; see, e.g., [1] for a more detailed description.

Image registration is ubiquitous in basically all areas involving imaging. Examples include astronomy, geophysics,

and medical imaging; see, e.g., [2, 3] and references therein. Specific examples include motion correction, data fusion, spatial normalization of data, stitching (generating a global picture from partial views), template matching and identification (comparing current images with a data base), tracking, and optical flow. Moreover, particular imaging modalities such as Diffusion Tensor Imaging (DTI) rely on image registration. Correspondence problems are not restricted to the registration of two images. Further challenges arise in 4D imaging, where time series of 3D images need to be registered. The reconstruction of PET heart images (highly varying and low resolution images) or the analysis of dynamical changes in medical data (separation of dynamics and motion) are typical examples. In some applications image registration is used for manifold learning or to identify group actions.

Despite the enormous interest in solutions for the correspondence problem, no unified treatment or general theory has yet been established. In fact, it appears that each application area has developed its own approaches and implementations. Depending on the application, a focus can be on accuracy of results, computing times (real-time applications like tracking), image features, memory requirements (high-resolution histological or 3D images), or others. Approaches to image registration range from the use of Maxwell's demons, discrete approaches (optimization), heuristics, mass-transportation (Monge-Kantorovich problem), optical flow or transport problems (geodesics, diffeomorphisms) to statistical approaches (maximum a posteriori estimators).

This paper does not aim for an overview on image registration or a proper mathematical description. The goal is to provide a good starting point and to outline a general and versatile framework that enables a classification, discussion and comparison of a large subclass of methods and techniques as well as to provide a basic understanding of the conceptual difficulties of registration tasks; mathematical details may be found in [1].

The paper is organized as follows. Since image registration is an ill-posed problem we present a variational formulation for the problem in §2. The main building blocks are a data-

fit (§3), regularization (§4) and optional constraints (§5). Examples are used to illustrate some of the underlying ideas.

## 2 Variational Formulation

Image registration is an ill-posed problem. As outlined in the introduction, existence of solutions is not for free and uniqueness may even be too much to ask for. Fig. 1 shows a white square on a black background and a rotated copy to be registered. Two obvious solutions are rotations by  $-20$  or  $70$  degrees, respectively. Another trivial example for ill-posedness of the problem is given by the rigid registration of two binary images of a disc, where the scaling is unique but the rotation is arbitrary.

The image registration problem is thus often phrased in a variational setting:

$$\text{Find a minimizer } y : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}^d \text{ of the joint functional}$$

$$J : \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{R}, \quad J(y) := D(T(y), R) + S(y) + P(y).$$

Here, the template (moving) and reference (fixed) images  $T, R : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}$  are given,  $d$  denotes the spatial dimension,  $y$  is the wanted transformation in an admissible set  $\mathcal{A}$  to be discussed,  $T(y) := T \circ y$  is the transformed image,  $D$  is a suitable data fitting term,  $S$  is a regularization, and  $P$  is an optional and additional penalty. These building blocks are discussed in more detail in the next sections. Note that despite the fact that the image dimension  $d$  is conceptually arbitrary, we limit our description to  $d = 3$  for ease of presentation. Moreover, we also assume that the problem is considered on a bounded but otherwise arbitrary domain  $\Omega \subset \mathbb{R}^d$ . Furthermore, we denote by  $\Sigma \subset \Omega$  a subset for which additional requirements may need to be satisfied.

A first obstacle results from the fact that generally the data is given discrete in terms of picture elements (pixels in 2D or voxels in 3D). Fig. 1 illustrates difficulties that arise from this discrete setting. The figure displays the original 4-by-4 pixel image and a rotated copy. The problem is that these geometrical primitives (visualized by a red grid) are intrinsically present in this discrete setting and its visualization. However, these primitives are generally not part of the measurements. A transformation such as a simple rotation also transforms these primitives, which results in massive complications for a comparison of objects. A remedy is to somehow map the rotated image to the original pixel structure (blue grid). Note that new intensity values are to be invented and at the same time intensity information might be lost.

Practically, this problem is solved by means of image interpolation or approximation. Using the data associated with a grid and some parameters  $\Theta$ , a model

$$\mathcal{I} : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}, \quad \mathcal{I}(x) := \text{model}(\text{data}, \text{grid}, \Theta, x),$$

is computed, such that ideally  $\mathcal{I}(\text{grid}) \approx \text{data}$ . The parameters can be used to produce a hierarchy of models

ranging from coarse to fine. The underlying idea is to first solve the coarse problem, which is intentionally “more convex” and thus easier to be solved and then use this intermediate result as a starting guess for the finer problem; see [1] for details. Fig. 2 displays a multi-scale representation of the data, which might be advantageous to avoid being trapped by local minima of the functional  $J$ .

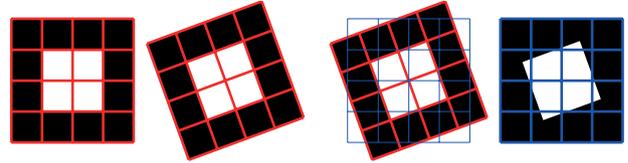


Fig. 1: Rotated 4-by-4 pixel image, from left to right: original image rotated image, rotated image with pixel grid, rotated image on pixel grid.

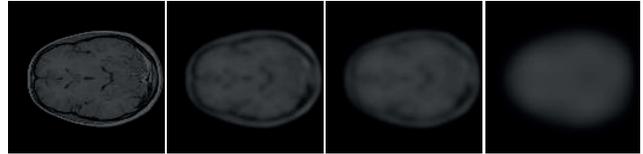


Fig. 2: Multi-scale representations of an MRI slice: from original and fine scale (left) to very smooth and coarse scale (right).

Approximation techniques can also be helpful in cases where images from different modalities (such as detailed CT and blurry PET) are to be homogenized, i.e. mapped into a common function space.

## 3 Distance Measures

There exist a vast number of image similarity measures and a proper discussion is far beyond the scope of this paper; see e.g. [1, 3] and references therein. Simple ideas are based on the assumption  $T(y) \approx R$  and are phrased in terms of weighted  $L_p$  norms,

$$D(T, R) = \|T - R\|_{L_p, \omega}^p := \int |T(x) - R(x)|^p \omega(x) dx.$$

The  $L_2$  norm is ideal in presence of Gaussian noise, but not robust in terms of outliers.  $L_1$  (or even  $L_0$ ) norms, which are popular in the image denoising community, can be used with success for certain applications. The Huber-norm provides a differentiable alternative to  $L_1$  and the Kullback-Leibler divergence is an option for images that can be interpreted as densities such as data from nuclear imaging. Here, mass preservation and mass transport might be an issue and therefore an idealized assumption is  $T(y) \det \nabla y \approx R$ ; see, e.g. [4, 5]. The weight  $\omega$ , which can also be interpreted as certainty or fuzzy mask, might be used to highlight particular structures in an image such as the subthalamic nucleus (STN) in deep brain stimulation; see also Fig. 3 and [6].

In multimodal imaging, different images are acquired to generate additional and often complementary information;

see Fig. 4 for an example. Thus, even in an ideal setting with perfect registration  $T(y) = R$  does not hold. For these problems cross correlation and variants, measures from information theory such as mutual information, structural information such as level sets, normalized gradient or Hessian fields, or textural measures such as MIND offer exciting alternatives. Despite various theoretical and practical drawbacks, image features are a widely used alternative to volumetric registration. For example, Fig. 3 also displays nine tiny white dots in proximity of the head (one marked by “frame”). These points are caused by a stereotactical frame and can be used for registration. Generally, features can be based on points (often called landmarks), surfaces, volumetric data, shapes, or others. Mathematically, features  $f^I = F(I)$  might be interpreted as projections of the image and hence feature based differences are special cases of the generic approach,  $dist(f^R, f^T) = dist(F(T), F(R)) = D(T, R)$ . Current research aims to justify choices for distance measures for particular applications on the basis of expert knowledge on annotated databases; see, e.g., [7].

An optimal choice for a distance measure is difficult as one aims for a trade-off between simple (typically more convex, robust, and fast but limited in use such as uni-modal) and sophisticated (typically more general, multi-modal but less convex, more local minima, unstable) measures. Another area of research is registration of multi-dimensional images such as color, tensor or multi-spectral images.

#### 4 Regularization

Regularization is certainly a key issue in any correspondence problem. First regularization approaches restrict the set of admissible transformations to a specific space such as affine or even simply rigid mappings. The problem then comes down to compute coefficients or parameters in a basis representation and the approach is therefore named parametric registration. For example, in a rigid 3D setting, the registration problem is to compute six parameters for translation and rotations. For a B-spline based registration, which is very popular in the community, the number of parameters may easily exceed  $10^8$ .

Often, a solution of a simplified problem is taken as an initial guess for a non-parametric approach. This strategy can be interpreted as a regularization approach for the non-convex functional  $J$ . However, even the restriction to a very limited set such as rigid mappings is insufficient to guarantee uniqueness; see Fig. 1 for a counter example. It is an open question to present a formulation that yields a unique solution or to prove that this is impossible. Convexification strategies such as relaxation provide interesting options but are currently too costly for clinical use.

In the non-linear setting, a so-called regularizer  $S$  ensures the existence of solutions. Currently, most choices for regularization are based on quadratic functionals and

typical examples such as the diffusion or curvature regularizers are variants of the popular linear elastic regularizer [8], which has been a generator and inspiration for a variety of further approaches,

$$S^{\text{elastic}}(y) = \int (\lambda + \mu) \|\nabla y\|_{\text{Fro}}^2 + \mu (\text{div } y)^2 dx.$$

The regularization functions  $\lambda$  and  $\mu$  are related to Young’s modulus and Poisson’s ratio and can be used to balance the penalization of rotation and expansion/contraction; see, e.g., [1] for details. Similar remarks as for the weight  $\omega$  in the distance measure setting apply to the regularization parameters. Note that this regularization only ensures existence of solutions. For example, translations are in the kernel of any of these functionals. This ambiguity is practically bypassed by selecting a proper starting guess using an affine pre-registration, multi-level optimization strategies, and/or additional boundary conditions.

For many applications, the mapping being bijective can be crucial. For example, cracks and folding of tissue are generally unwanted, tissue may not vanish and different tissue may not occupy the same special location. One way to enforce bijectivity is to follow geodesics on manifolds, which leads to diffeomorphic image registration [9] and is currently a very active area of research. The concept of Large Diffeomorphic Metric Mappings (LDDMM) [10] was introduced to establish a suitable mathematical model for large and diffeomorphic motion. The LDDMM idea is to compute regularized and time dependent velocity and displacement fields  $v, \phi : \mathbb{R}^d \times [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^d$  as the unique minimizer of the energy

$$E(v) := \int_0^1 \|Lv(\cdot, t)\|_{L_2}^2 dt + \|T \circ \phi^{-1}(\cdot, 1) - R\|_{L_2}^2,$$

where  $L$  denotes a suitable partial differential operator (e.g.,  $L = \epsilon I - \Delta$  with small and positive  $\epsilon$ ) and  $v$  and  $\phi$  are connected by the constraint  $\partial_t \phi(x, t) = v(\phi(x, t), t)$ . The displacement  $\phi(x, 1) = y^{-1}(x)$  is thus the integrated velocity field and diffeomorphic [9].

Efficient implementations are an active field of research.

Another option is a hyper-elastic regularization [5]. The idea is to simultaneously control the Jacobian (length) and its cofactor (surface) and determinant (volume),

$$S^{\text{hyper}}(y) = \int \phi_\ell(\nabla y) + \phi_s(\text{cof } \nabla y) + \phi_v(\det \nabla y) dx$$

with suitable chosen convex penalties  $\phi^*$ . The hyper-elastic regularizer is an Ogden type energy, it is non-convex but suitable for large and bijective mappings; in particular the energy explodes if the volume tends to zero or infinity.

Today, most regularizers are mathematically driven and cover only little knowledge about the biomechanical properties of the tissue to be registered. In addition, little is known for non-smooth transformations which appears in applications with sliding motion such as the registration of lung images.

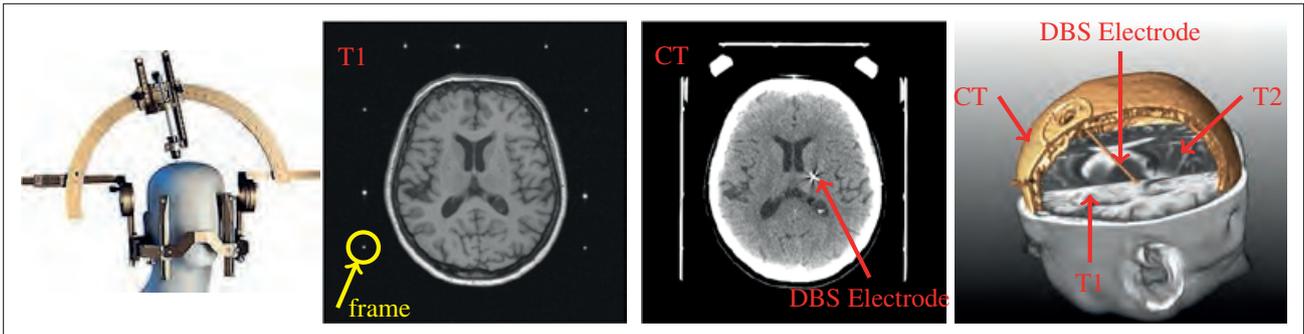


Fig. 3: Multi-modal image fusion (right) of preoperative T1 (centre left), T2 weighted MRI (not displayed) and postoperative CT (centre right) after surgical implantation of an electrode for deep brain stimulation (DBS). DBS has become a well-established therapy for Parkinson's disease, dystonia, and essential tremor. Typically a stereotactic frame (left: Leksell Stereotactic System® from Elekta) is used to guide the navigation during surgery. Accurate intra-patient registration of pre- and post-operative MRI and CT for surgical planning and therapy control is needed. High quality imaging and registration is important for optimal therapy since the target region is small and in the range of 2–3 mm. In addition to intra-patient registration, registration across patients and to an atlas is used for optimal tuning of stimulation fields based on statistical information in order to reduce side-effects such as speech problems; cf. [11, 12, 13], see also IMPACT project, <http://www.impact-fp7.eu>, supported by the EU, grant no. 305814 in HEALTH.2012.1.2-1.

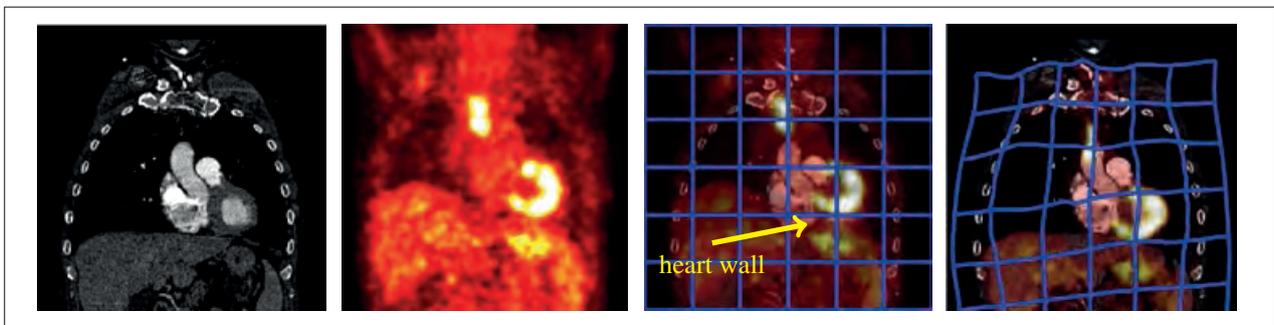


Fig. 4: Data fusion. Registration of 3D CT (left) and PET (centre left) images. Overlay of initial images (centre right) and overlay after alignment (right). Data courtesy by Stefan Heldmann, Fraunhofer MEVIS, Lübeck.

## 5 Constrained Image Registration

It is natural to remove some of the ambiguities in the correspondence problem by using auxiliary knowledge. The variational approach outlined in this paper provides an excellent and versatile framework to do so. Mathematically, the functional  $J$  can be augmented by a penalty or constraint  $P$ . Unfortunately, the terminology used in the literature is not precise. In this paper, we distinguish between hard and soft constraints. A hard-constraint ensures that feasible transformations are in a certain set whereas a soft-constraint puts a finite penalty on deviations from the set (out-ruling trivial penalties such as  $P(y)=0$  if  $y$  belongs to the set and  $P(y) = \infty$  otherwise).

For example, one may want to model transformations which are constrained by additional landmark correspondences or which are locally rigid on a subset  $\Sigma$  indicating tissue such as bone. In the landmark setting, it is discussable whether the point match has to be fulfilled precisely (hard constraint) or approximately (soft constraint) as the localization of landmarks is typically prone to errors. On the other hand, for the registration of data involving bones, hard constraints can provide a reasonable modelling option. Although theoretically quite similar, the computational differences between hard and soft

constraints are tremendous. Soft constraints require an additional parameter to control the strength of the penalty. This parameter is not always easy to be determined and has a negative impact on the condition of the optimization problem and may even lead to numerical instabilities. Often, the penalty is phrased in terms of an integral. For example, if the objective is image registration for monitoring tumour growth in longitudinal studies, one may want to guaranty that the computed transformation does not change tissue volume. A simple approach would involve the determinant of the Jacobian of the transformation and the constraint may read

$$P(y) := \int p(x) dx \quad \text{with} \quad p(x) := \log(\det \nabla y(x))^2.$$

However, the integrand takes large values on small volumes (such as a tumour) as the integral has an averaging property. A more restrictive approach is to use equality ( $p(x)=0$  for  $x \in \Sigma$ ) or inequality constraints ( $\kappa(x) \leq p(x) \leq K(x)$  for  $x \in \Sigma$  and  $\kappa, K$  appropriately chosen). Adding additional constraints has impact on the regularization. For example, a second order regularizer such as curvature may be beneficial in the case of landmark registration as it inhibits singularities in the solution while hyper-elastic regularization is beneficial in case of volume or mass preserving registration.

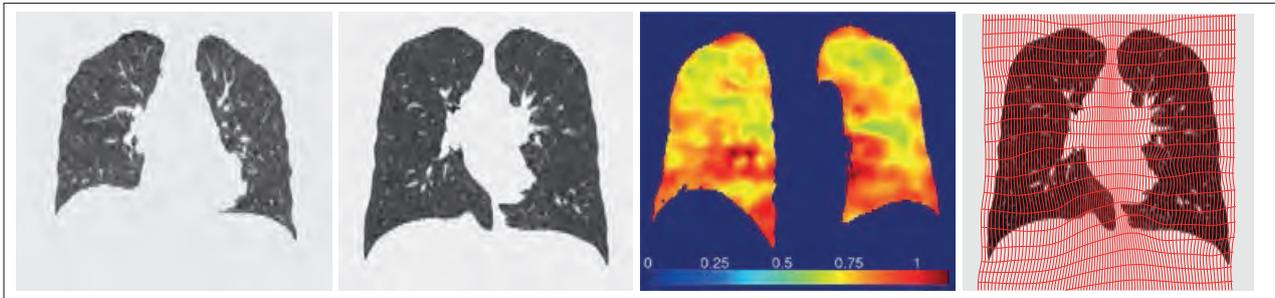


Fig. 5: Registration of 3D lung images for COPD analysis (Chronic Obstructive Pulmonary Disease). Visualized are two representative 2D coronal sections of exhale (left) and inhale (centre left) breathing phases, registration results for a normalized gradient field based distance measure with a curvature regularizer and additional landmarks constraints (centre right), and a 2D visualization of an overlay of the inhale image and the 3D transformation  $y$  (right). The analysis of the compression capacity of the lung is visualized (centre right). Note, images have been modified for better presentation. Image courtesy by Jan Rühaak, Fraunhofer MEVIS, Lübeck Data from DIR-Lab [7]; for details, see [6].

## 6 Conclusions

Despite tremendous improvements in the last years, image registration is still an open, interesting and challenging problem and an active field of research. Open questions are the never-ending quest for better similarity measures and regularizers particularly in the combination with constraints and biomechanical models. This contributes to the multidisciplinary flavour of medical imaging, as it requires sufficient knowledge both from application and mathematical perspective. Particularly the restriction to bijective mappings leads to a rich mathematical structure but also demands for smart numerical solutions.

Performance is a key requirement for a practical image registration solution. Hence efficient numerical implementations are necessary and mandatory. After discretization, advanced registration approaches such as volume constrained image registration result in high dimensional optimization problems with non-convex objective function,  $10^9$  degrees of freedom and about  $10^8$  non-linear and differential constraints. Current implementations provide a proof of concept but are far from being clinically useful or ready for industrial use.

Finally, the evaluation of registration is getting more and more in focus. Ground truth is typically not available. This results in acceptance problems for the use of non-linear registration techniques. Well-documented and annotated test cases such as DIR-Lab [7] provide a good starting point but are still rare.

## References

- [1] J. Modersitzki. FAIR: Flexible Algorithms for Image Registration. SIAM, Philadelphia, 2009.
- [2] A. A. Goshtasby. Image registration: Principles, tools and methods. Springer, New York, 2012.
- [3] A. Sotiras, C. Davatzikos, N. Paragios. Deformable medical image registration: A survey. *IEEE TMI*, 32(7), 2013.
- [4] L. Ruthotto, F. Gigengack, M. Burger, C. H. Wolters, X. Jiang, K. Schäfers, J. Modersitzki. A simplified pipeline for motion correction in dual gated cardiac PET. In Tolxdorff, Deserno, Handels, and Meinzer, editors, *Bildverarbeitung für die Medizin 2012*, pages 51–56. Springer, 2012.
- [5] M. Burger, J. Modersitzki, L. Ruthotto. A hyperelastic regularization energy for image registration. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 35(1):B132–148, 2013.
- [6] T. Polzin, J. Rühaak, R. Werner, J. Strehlow, S. Heldmann, H. Handels, J. Modersitzki. Combining automatic landmark detection and variational methods for lung CT registration. In *MICCAI Workshop on Pulmonary Image Analysis (PIA 2013)*, Nagoya, Japan, September 2013.
- [7] R. Castillo, E. Castillo, D. Fuentes, M. Ahmad, A. Wood, M. Ludwig, T. Guerrero. A Reference Dataset for Deformable Image Registration Spatial Accuracy Evaluation using the COPDgene Study Archive. *Physics in Medicine and Biology*, 58(9):2861–2877, 2013.
- [8] M. A. Fischler and R. A. Elschlager. The representation and matching of pictorial structures. *IEEE Transactions on Computers*, 22(1):67–92, 1973.
- [9] P. Dupuis, U. Grenander, and M. I. Miller. Variational problems on flows of diffeomorphisms for image matching. *Quarterly of Applied Mathematics*, 56(3):587–600, 1998.
- [10] M. F. Beg, M. I. Miller, A. Trounev, L. Younes. Computing large deformation metric mappings via geodesic flows of diffeomorphisms. *International Journal of Computer Vision*, 61(2):139–157, 2005.
- [11] P. F. D'Haese, S. Pallavaram, R. Li, M. S. Remple, C. Kao, J. S. Neimat, P. E. Konrad, B. M. Dawant. Cranial vault and its cradle tools: A clinical computer assistance system for deep brain stimulation (DBS) therapy. *Medical Image Analysis*, 16(3):744 – 753, 2012.
- [12] H. C. F. Martens, E. Toader, M. M. J. Decré, D. J. Anderson, R. Vetter, D. R. Kipke, K. B. Baker, M. D. Johnson, J. L. Vitek. Spatial steering of deep brain stimulation volumes using a novel lead design. *Clin Neurophysiol*, 122(3):558–66, Mar 2011.
- [13] T. Guo, A. G. Parrent, T. M. Peters. Surgical targeting accuracy analysis of six methods for subthalamic nucleus deep brain stimulation. *Comput Aided Surg*, 12(6):325–34, Nov 2007.



Jan Modersitzki's research interests are in numerical analysis, numerical linear algebra, optimization, variational theory with a strong focus on mathematical imaging and in particular in image registration. Jan obtained a Diploma degree (1990) and a PhD (1995) in Mathematics, both from the University of Hamburg, Germany. In 1995 he joined the Institute of Mathematics at the (Medical) University of Lübeck, Germany, where he got interested in medical imaging. His career includes professorship positions at the Emory University in Atlanta, USA, McMaster University in Hamilton, Canada, and the University of Lübeck. Since 2014 he holds a position as Professor for Applied Mathematics at the University of Lübeck and since 2013 he also heads the image registration group of Fraunhofer MEVIS in Lübeck.

Institute of Mathematics and Image Computing, University of Lübeck, Maria-Goeppert-Straße 3, 23562 Lübeck  
[jan.modersitzki@mic.uni-luebeck.de](mailto:jan.modersitzki@mic.uni-luebeck.de)



# MITGLIED WERDEN



# RUNDBRIEF READERS

Save 30% on these SIAM titles:

## Game Theory with Engineering Applications

Dario Bauso

*Advances in Design and Control 30*

This unique book addresses the foundations of game theory, with an emphasis on the physical intuition behind the concepts, an analysis of design techniques, and a discussion of new trends in the study of cooperation and competition in large complex distributed systems. It is intended for undergraduate and graduate students and researchers in industrial, aeronautical, manufacturing, civil, mechanical, chemical, and electrical engineering. It is also designed for social scientists interested in quantitative methods for sociotechnical systems, biologists working on adaptation mechanisms and evolutionary dynamics, and physicists working on collective systems and synchronization phenomena.

2016 • xxviii + 292 pages • Softcover • 978-1-611974-27-0 • List \$82.50 • Rundbrief Reader \$57.75 • DC30

## Adaptive Treatment Strategies in Practice: Planning Trials and Analyzing Data for Personalized Medicine

Michael R. Kosorok and Erica E. M. Moodie, Editors

*ASA-SIAM Series on Statistics and Applied Probability 21*

Personalized medicine is a medical paradigm that emphasizes systematic use of individual patient information to optimize that patient's health care, particularly in managing chronic conditions and treating cancer. In the statistical literature, sequential decision making is known as an adaptive treatment strategy (ATS) or a dynamic treatment regime (DTR). The authors provide a learning-by-seeing approach to the development of ATSs, aimed at a broad audience of health researchers.

2016 • xvi + 348 pages • Softcover • 978-1-611974-17-1 • List \$74.00 • Rundbrief Reader \$51.80 • SA21

## Automatic Differentiation in MATLAB using ADMAT with Applications

Thomas Coleman and Wei Xu

*Software, Environments, and Tools 27*

Readers who work with inverse problems, financial engineers and quantitative analysts, as well as other engineers and applied scientists, will find this book helpful. It discusses the efficient use of automatic differentiation to solve real problems, especially multidimensional zero-finding and optimization, in the MATLAB environment. It is also concerned with the determination of the first and second derivatives in the context of solving scientific computing problems with an emphasis on optimization and solutions to nonlinear systems.

2016 • xii + 105 pages • Softcover • 978-1-611974-35-5 • List \$59.00 • Rundbrief Reader \$41.30 • SE27

## Minimum-Volume Ellipsoids: Theory and Algorithms

Michael J. Todd

*MOS-SIAM Series on Optimization 23*

This book addresses the problem of finding an ellipsoid to represent a large set of points in high-dimensional space (which has applications in computational geometry, data representations, and optimal design in statistics). The optimization problems in the book have the entries of a symmetric matrix as their variables, so the author's treatment also gives an introduction to recent work in matrix optimization.

2016 • xiv + 149 pages • Softcover • 978-1-611974-37-9 • List \$69.00 • Rundbrief Reader \$48.30 • MO23

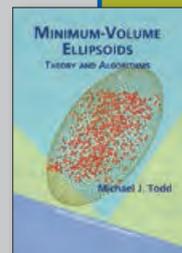
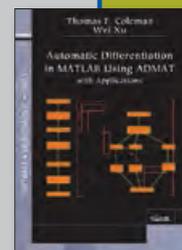
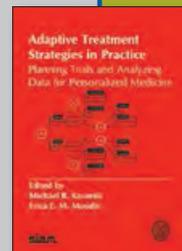
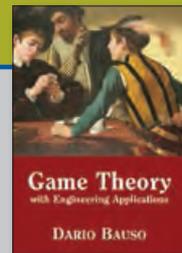
**SIAM** SOCIETY FOR INDUSTRIAL AND APPLIED MATHEMATICS

TO ORDER, SHOP ONLINE AT [bookstore.siam.org](http://bookstore.siam.org).

Use your credit card (AMEX, MasterCard, and VISA) by phone: +1-215-382-9800 (worldwide) or fax: +1-215-386-7999.

Or send check or money order in US dollars to: SIAM, Dept. BKGM16, 3600 Market Street, 6th Floor, Philadelphia, PA 19104-2688 USA.

Members and customers outside North America can order SIAM books through Cambridge University Press at [www.cambridge.org/siam](http://www.cambridge.org/siam).



Be sure to enter code "BKGM16" to get special discount price.

**ORDER ONLINE: BOOKSTORE.SIAM.ORG**

# Jun.-Prof. Dr.-Ing. Jörg Fehr

studierte Automatisierungstechnik in der Produktion in Stuttgart und Mechanical Engineering in Madison, Wisconsin, USA. 2006 schloss er sowohl das Diplom- als auch Masterstudium ab. Von 2006 bis 2011 promovierte er bei Prof. Dr.-Ing. Peter Eberhard an der Universität Stuttgart. Im Anschluss arbeitete er bei TRW (heute: ZF TRW) an der Entwicklung neuer Sicherheitssysteme für Automobile. Seit 2014 ist Jörg Fehr Juniorprofessor am Institut für Technische und Numerische Mechanik und Cluster of Excellence Simulation Technology (SRC SimTech) der Universität Stuttgart.

Schon während seines Studiums der Automatisierungstechnik in der Produktion (Mechatronik) an der Universität Stuttgart hat sich Jörg Fehr mit seinen Hauptfächern Technische Dynamik und Steuerungstechnik der Werkzeugmaschinen besonders der klassischen Dynamik und Regelungstechnik gewidmet. Sein DAAD-gefördertes Master of Science-Studium am Mechanical Engineering Department der University of Wisconsin in Madison (Prof. Nicola Ferrier) ermöglichte es ihm, seine Kenntnisse im Bereich der Datenmodellierung, -identifikation und -simulation zu vertiefen. Insbesondere arbeitete er an der Entwicklung von Robotern zur Nachbildung reaktiver menschlicher Bewegung mit Hilfe von Momentimpulsen mittels neuronalen Netzen.

Nach Abschluss seines Diplom- und Masterstudiums Automatisierungstechnik in der Produktion und Mechanical Engineering war Herr Fehr als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Technische und Numerische Mechanik (damals Institut B für Mechanik) bei Prof. Peter Eberhard tätig.

Im Rahmen seiner Promotion beschäftigte er sich mit der Automatisierten Modellreduktion bei elastischen Mehrkörpersystemen und entwickelte das Modellreduktionsprogramm „Model Order Reduction of Elastic Multibody Systems“ (Morembs) [1, 2, 3, 4, 5] – eines der ersten Programme zur Anwendung nicht-modaler Verfahren zur Reduktion elastischer Körper.

Neben der Entwicklung neuer Verfahren, hauptsächlich im Bereich Krylov-Unterraum und Gramsche Matrizen, lag ein besonderes Augenmerk der Promotion auf der Implementierung und Verbreitung dieser neuen Verfahren im industriellen Umfeld durch die Verwendung nicht-intrusiver Modellreduktionsverfahren [6].

Für seine Dissertation wurde Herr Fehr 2012 mit dem Preis der Thomas Gessmann-Stiftung ausgezeichnet. Im selben Jahr wechselte er zu TRW Automotive GmbH und beschäftigte sich fortan mit Fragen der Fahrzeugsicherheit. Als Simulationsingenieur von multiphysikalischen Crashsimulationen arbeitete er mit seinem Team an der Simulation und Konzeption innovativer Sicherheitssysteme für den Seiten-crash. Neben der Entwicklung von Sicherheitssystemen konzentrierte sich seine Tätigkeit auf die energieoptima-

le Abbremsung von Fahrzeuginsassen unter Berücksichtigung von Verletzungswerten durch die Anwendung von Regelalgorithmen zum Auffinden optimaler Abbremsstrategien.

## STECKBRIEF



Als einer der ersten Absolventen des Cluster of Excellence Simulation Technology nahm er im dritten Jahr seiner Industrietätigkeit die Möglichkeit wahr, zurück ins akademische Umfeld zu wechseln. Seit März 2014 kombiniert er als Juniorprofessor für Multibody Dynamics bei SimTech Fragestellungen aus Industrie und Wissenschaft. SimTech bietet optimale Bedingungen, hierbei größtmögliche Synergieeffekte zu erzielen.

Ein Ziel seiner aktuellen Forschung ist die Entwicklung optimaler Menschmodelle für die Simulation von Fahrzeugsicherheitssystemen und die Rechenzeitoptimierung von Crashsimulationen durch die Verwendung linearer und nichtlinearer Modellreduktionsverfahren. Besonders für den immer wichtiger werdenden Bereich der aktiven Fahrzeugsicherheit gibt es eine

Vielzahl neuer Ansätze wie z. B. Muskelaktivitäten, längere Simulationshorizonte oder Unsicherheit der Parameter, die es zu untersuchen gilt, um das menschliche Unfallverhalten [7] besser abbilden und die Fahrzeugsicherheit weiter erhöhen zu können.

Um die Potentiale der Modellreduktion bei nichtlinearen Crashsimulationen ideal zu nutzen, werden Fragestellungen sowohl aus dem Bereich der effizienten, fehlerbasierten, linearen und nichtlinearen Modellreduktionsverfahren [8] als auch aus dem Bereich der automatisierten Clustering der Fahrzeuge in lineare und nichtlineare Bereiche, z. B. mit Hilfe moderner Clusterverfahren, siehe [9], untersucht.

Neben seiner Forschungstätigkeit lehrt Herr Fehr bisher die Fächer Flexible Mehrkörpersysteme, Modellierung und Simulation in der Mechatronik und Modellreduktion mechanischer Systeme an der Fakultät Konstruktions-, Produktions- und Fahrzeugtechnik der Universität Stuttgart und im Studiengang Simulation Technology des SRC SimTech.

Seit Oktober 2015 ist er Studiendekan des Studiengangs Mechatronik. In Zusammenarbeit mit den Fachbereichs-

vertretern und Studierenden generiert er kreative Stimuli zur Weiterentwicklung des Curriculums. Als Mitglied des GAMM-Fachausschusses Dynamik und Regelungstechnik freut er sich darauf, die gute und konstruktive Zusammenarbeit mit allen Kollegen fortzuführen.

**Literatur**

[1] Fehr, J.; Eberhard, P.: Error-controlled Model Reduction in Flexible Multibody Dynamics. Journal of Computational and Nonlinear Dynamics, Bd. 5, Nr. 3, S. 031005–1–031005–8, 2010.

[2] Fehr, J.; Eberhard, P.: Simulation Process of Flexible Multibody Systems with Non-modal Model Order Reduction Techniques. Multibody System Dynamics, Bd. 25, Nr. 3, S. 313–334, 2011.

[3] Nowakowski, C.; Fehr, J.; Eberhard, P.: Einfluss von Schnittstellenmodellierungen bei der Reduktion elastischer Mehrkörpersysteme. at-Automatisierungstechnik Methoden und Anwendungen der Steuerungs-, Regelungs- und Informationstechnik, Bd. 59, Nr. 8, S. 512–519, 2011.

[4] Fehr, J.; Fischer, M.; Haasdonk, B.; Eberhard, P.: Greedy-based Approximation of Frequency-weighted Gramian Matrices for Model Reduction in Multibody Dynamics. Journal of Applied Mathematics and Mechanics, Bd. 93, Nr. 8, S. 501–519, 2012.

[5] Ruiner, T.; Fehr, J.; Haasdonk, B.; Eberhard, P.: A-posteriori Error Estimation for Second Order Mechanical Systems. Acta Mechanica Sinica, Bd. 28, Nr. 3, S. 854–862, 2012.

[6] Fehr, J.: Automated and Error-Controlled Model Reduction in Elastic Multibody Systems. Dissertation, Schriften aus dem Institut für Technische und Numerische Mechanik der Universität Stuttgart, Vol. 21. Aachen: Shaker Verlag, 2011.

[7] Fehr, J.; Kleinbach, C.: A Comparison between Finite Element Models and MBS Models in Automotive Safety Applications. In Proceedings of the ECCOMAS Thematic Conference on Multibody Dynamics, Barcelona, Catalonia, Spanien, 29. Juni – 17. Juli 2015. (9 Seiten).

[8] Fehr, J.; Holzwarth, P.; Eberhard, P.: Interface and Model Reduction for Efficient Explicit Simulations - a Case Study with Nonlinear Vehicle Crash Models. Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems. Bd. 22, Nr. 4, S. 380–396, 2016

[9] Grunert, D.; Fehr, J.: Identification of Nonlinear Behavior with Clustering Techniques in Car Crash Simulations for Better Model Reduction. Advanced Modelling and Simulation in Engineering Sciences, 3:20, 2016.

[10] Feller, L.; Kleinbach, C.; Fehr, J.; Schmitt, S.: Incorporating Muscle Activation Dynamics into the Global Human Body Model, Proceedings of IRCOBI Conference, Malaga, Spanien, September 14.–16. September 2016 (12 Seiten).

**Kontakt:**

Jun.-Prof. Dr.-Ing. Jörg Fehr  
 Institut für Technische und Numerische Mechanik  
 Universität Stuttgart  
 joerg.fehr@itm.uni-stuttgart.de  
 http://www.itm.uni-stuttgart.de/staff/Fehr

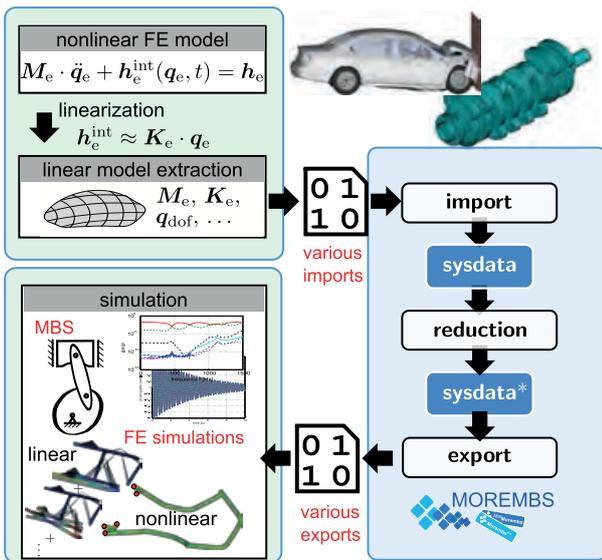


Abb. 1: Simulationsablauf zur Rechenzeiteinsparung durch Verwendung von reduzierten Modellen. Zuerst wird das hochdimensionale System assembliert bzw. abgesampelt. Anschließend werden die reduzierten Modelle erstellt, wofür das institutseigene Softwarepaket Morembs verwendet wird. Schließlich werden die reduzierten Modelle in unterschiedlichste Simulationsumgebungen integriert und somit die Rechenzeit deutlich verkürzt.

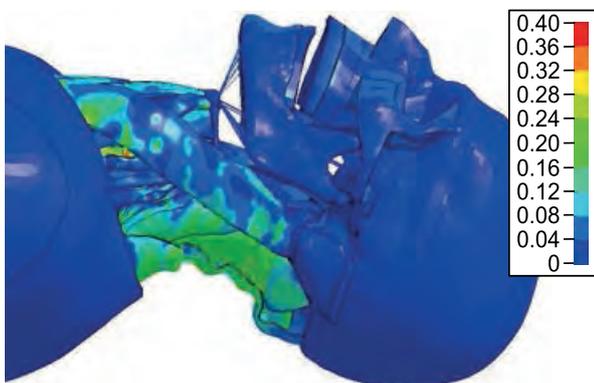


Abb. 2: Effektive Green-Lagrange-Verzerrung der Nackenmuskulatur bei einem freien Fall des GHBMC-Kopfes.

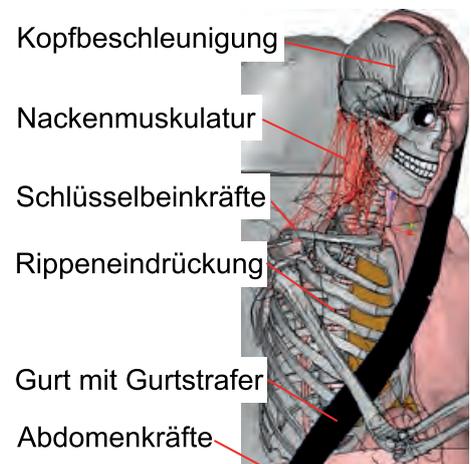


Abb. 3: Verhalten des Total Human Body Models bei einem zweifachen Spurwechsel. Rechts sind unterschiedliche Verletzungsregionen dargestellt.

**Dr. Mira Schedensack** studierte Mathematik an der Albert-Ludwigs-Universität Freiburg und der Humboldt-Universität zu Berlin. Nach ihrem Diplom 2012 begann sie, gefördert durch ein Stipendium der Berlin Mathematical School, ein Promotionsstudium bei Prof. Carsten Carstensen an der Humboldt-Universität. Dieses schloss sie 2015 mit „summa cum laude“ ab. Seit 2015 ist sie am Institut für Numerische Simulation an der Universität Bonn als wissenschaftliche Mitarbeiterin tätig. Sie beschäftigt sich mit der numerischen Analysis von partiellen Differentialgleichungen mit einem Schwerpunkt auf Nichtstandard-Methoden, A-posteriori-Fehleranalyse und adaptiver Gittergenerierung.

Obwohl die numerische Analysis von Standard-Finite-Elemente-Methoden für elliptische Modellprobleme seit längerer Zeit weitgehend bekannt ist, erfordern viele Probleme aus Anwendungen eine genauere Behandlung. Hierzu zählen klassische lineare Probleme wie die Stokes-Gleichungen aus der Strömungsmechanik, für die Standard-Ansatzfunktionen nicht die Masse erhalten, und die Navier-Lamé-Gleichungen für die lineare Elastizität aus der Festkörpermechanik, für die Methoden niedriger Ordnung das vorasymptotische Locking-Verhalten aufweisen. Die Fehleranalyse für Standard-Methoden kann aber auch durch eine Nichtlinearität zu reduzierten Konvergenzraten führen, wie zum Beispiel beim Bingham-Problem für nicht-newtonsche Flüssigkeiten, das durch eine Variationsungleichung zweiter Art gegeben ist.

Im Gegensatz zu konformen Finite-Elemente-Methoden verursachen Nichtstandard-Methoden nicht nur den Approximationsfehler des Ansatzraumes, sondern auch einen Konsistenzfehler. Nichtkonforme Methoden haben zwar durch abgeschwächte Stetigkeitsbedingungen häufig bessere Approximationseigenschaften als konforme, das genaue Verhalten der Konsistenzfehler war aber lange unklar, vor allem für nicht-glatte Lösungen. Ein Forschungsgebiet von Frau Schedensack befasst sich mit der sogenannten Medius-Analysis von Nichtstandard-Methoden. Der Begriff „medius“ heißt hier, dass A-priori-Ergebnisse mit Hilfe von A-posteriori-Techniken bewiesen werden. Diese Techniken erlauben sowohl Fehlerabschätzungen, bei denen der Gesamtfehler durch den reinen Approximationsfehler abgeschätzt werden kann, als auch Vergleichsresultate zwischen konformen, nichtkonformen, diskontinuierlichen Galerkin-, Kleinste-Quadrate- und gemischten Methoden [3]. Für die lineare Elastizität gelingt so der Nachweis, dass nicht-konforme Methoden auf beliebig groben Gittern und unabhängig von der Regularität der Lösung locking-frei sind [5].

Im nichtlinearen Bingham-Problem lassen sich ähnliche Techniken anwenden. Obwohl für konforme Finite-Elemente-Methoden aufgrund der Nichtlinearität im Allge-

meinen nur eine reduzierte Konvergenzrate bewiesen werden kann, gelten für eine gemischte und eine nicht-konforme Methode optimale A-priori-Abschätzungen [4]. Für ein Problem aus der Optimalsteuerung erwies sich ein diskontinuierliches Galerkin-Verfahren als praktikabel [1].

## STECKBRIEF



In Ihrer Dissertation an der Humboldt-Universität zu Berlin unter der Betreuung von Prof. C. Carstensen hat sich Frau Schedensack unter anderem mit der Diskretisierung von polyharmonischen Gleichungen beschäftigt. Diese beinhalten für die zweite Ordnung das Kirchhoffsche Plattenmodell. Über einen Ansatz zur Verallgemeinerung von nichtkonformen Finite-Elemente-Methoden auf höhere Polynomgrade gelang die Entwicklung einer Methode zur Approximation von Problemen beliebig hoher Ordnung mit Polynomgraden beliebig niedriger Ordnung [8]. Aber auch für angewandtere Probleme wie die Stokes-Gleichungen und die lineare Elastizität können mit einem ähnlichen Ansatz neue Methoden entwickelt werden [9].

Des Weiteren befasst sich Frau Schedensack mit A-posteriori-Analysis und Gitter-Adaptivität. Die Entwicklung eines Transfer-Operators erlaubte die Verallgemeinerung von optimalen Konvergenzraten auf mehrfach zusammenhängende Gebiete für nichtkonforme Methoden [2]. Außerdem erlaubten diese neuen Techniken auch den Beweis der Instance-Optimalität eines adaptiven Verfahrens basierend auf dem Maximum-Markieren für nichtkonforme Methoden für ein Poisson-Problem, aber auch für die Stokes-Gleichungen [6]. Instance-Optimalität umfasst hierbei nicht nur eine asymptotische Konvergenzrate, sondern schließt eine vorasymptotische Optimalität mit ein. Dieses Ergebnis ist umso überraschender, als eine Optimalität für das Maximum-Markieren bislang nur für die konforme Finite-Elemente-Methode niedrigster Ordnung und nur für das Poisson-Problem bekannt ist.

Lokale Gitterverfeinerungen können zwar singuläre Funktionen optimal auflösen, in expliziten Zeitschrittverfahren für die Wellen-Gleichung führen sie aber dazu,

dass die Zeitschrittweite für eine stabile Approximation inakzeptabel klein sein muss. Um diese Stabilitätsbedingung aufzuweichen kann eine Reduzierung des Ansatzraumes auf dem lokal verfeinerten Gitter ähnlich wie in Mehrskalenproblemen vorgenommen werden [7].

**Literatur**

[1] S. Brenner, M. Oh, S. Pollock, K. Porwal, M. Schedensack, N. Sharma. A  $C^0$  interior penalty method for elliptic optimal control problems with pointwise state constraints in three dimensions. In S. Brenner, editor, Topics in Numerical Partial Differential Equations and Scientific Computing, volume 160 of The IMA Volumes in Mathematics and its Applications. Springer, 2016.

[2] C. Carstensen, D. Gallistl, M. Schedensack. Discrete reliability for Crouzeix-Raviart FEMs. *SIAM J. Numer. Anal.*, 51(5):2935-2955, 2013.

[3] C. Carstensen, D. Peterseim, M. Schedensack. Comparison results of finite element methods for the Poisson model problem. *SIAM J. Numer. Anal.*, 50(6):2803-2823, 2012.

[4] C. Carstensen, B. Reddy, M. Schedensack. A natural nonconforming FEM for the Bingham flow problem is quasi-optimal. *Numer. Math.*, 133(1):37-66, 2016.

[5] C. Carstensen M. Schedensack. Medius analysis and comparison results for first-order finite element methods in linear elasticity. *IMA J. Numer. Anal.*, 35(4):1591-1621, 2015.

[6] C. Kreuzer, M. Schedensack. Instance optimal Crouzeix-Raviart adaptive finite element methods for the Poisson and Stokes problems. *IMA J. Numer. Anal.*, 36(2):593-617, 2016.

[7] D. Peterseim, M. Schedensack. Relaxing the CFL condition for the wave equation on adaptive meshes. *ArXiv e-prints*, 2016.

[8] M. Schedensack. A new discretization for mth-Laplace equations with arbitrary polynomial degrees. *SIAM J. Numer. Anal.*, 54(4):2138-2162, 2016.

[9] M. Schedensack. Mixed finite element methods for linear elasticity and the Stokes equations based on the Helmholtz decomposition. *ESAIM Math. Model. Numer. Anal.*, 2016. doi: 10.1051/m2an/2016024

**Kontakt:**

Dr. Mira Schedensack  
 Institut für Numerische Simulation  
 Universität Bonn  
 Wegelerstr. 6  
 53121 Bonn  
 Email: schedensack@ins.uni-bonn.de

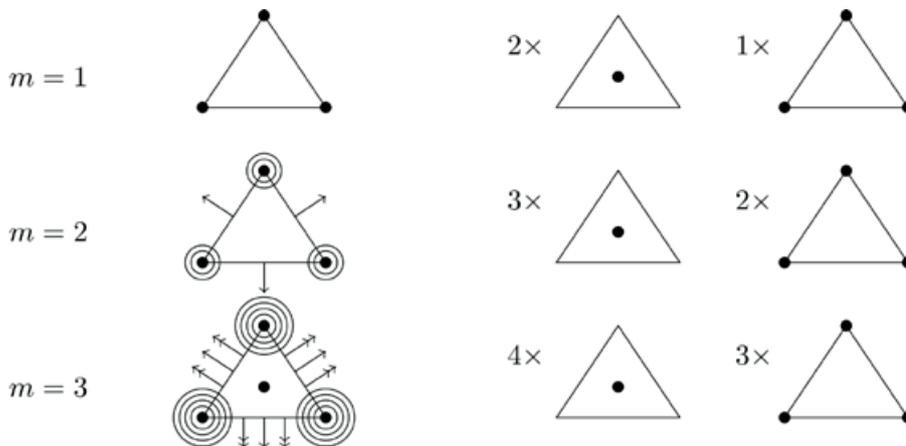


Abb. 1: Konforme Methoden niedrigster Ordnung zur Approximation  $m$ -harmonischer Funktionen und neu entwickelte Ansatzfunktionen.

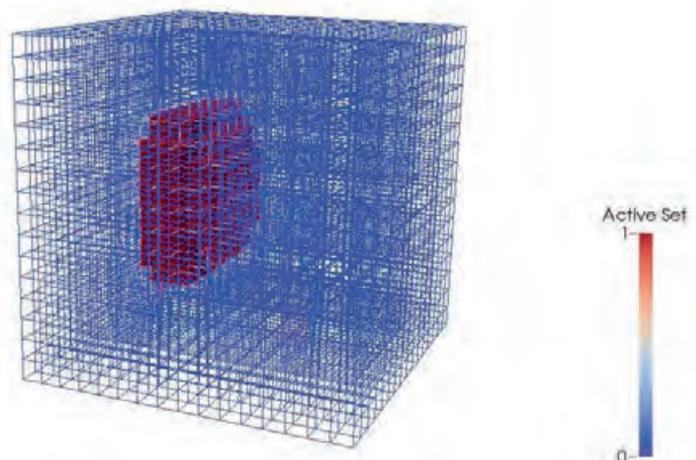


Abb. 2: Kontaktmenge des Zustands eines Problems aus der Optimalsteuerung mit Nebenbedingung an den Zustand.

# GAMM STUDENT CHAPTER

VON ROBERT ALTMANN & CLAUDIA SCHILLINGS

Auf der GAMM 2015 in Lecce wurde die Idee geboren, eine neue Organisationsform, die GAMM Student Chapters, einzuführen. Dabei handelt es sich um lokale Gruppen organisiert durch Studierende und Promovierende. Ziel ist es, die interdisziplinäre Arbeit zwischen der Mathematik und den Ingenieursfächern auf studentischer Ebene zu fördern und gemeinsame Aktivitäten auf den Weg zu bringen.

Als positiver Effekt wird der Nachwuchs in den GAMM relevanten Gebieten auf die GAMM aufmerksam und erhält die Chance darin mitzuwirken. Die Aktivitäten reichen von Fachvorträgen und Workshops bis zu sozialen Veranstaltungen. Auch Exkursionen oder Firmenpatenschaften sind angedacht. Diese Veranstaltungen werden von der GAMM mit 300 €/Jahr unterstützt. Zudem lockt eine kostenlose Mitgliedschaft in der GAMM. Um ein Chapter zu gründen, wird eine Mindestzahl von 10 Interessenten erwartet, die einen Präsidenten, einen Stellvertreter sowie Schatzmeister und Sekretär benennen. In Berlin und Chemnitz wurden bereits GAMM Chapter gegründet. Beide Gruppen engagieren sich auch bei der Organisation von Sommerschulen (SAMM). Ein Gespräch mit den Präsidenten Sebastian Bär (Chemnitz) und Benjamin Unger (Berlin):

*Wie kam es zu der Idee, ein Chapter zu gründen?*

SB: Wir haben erfahren, dass ähnlich zu den schon existierenden SIAM Chapter nun auch GAMM Chapter unterstützt werden sollen. Wir fanden die Idee einer lokalen Organisation, die eine Verbindung zwischen der Mathematik und der Mechanik schafft, außerordentlich gut.

BU: Bei meinem Master in den USA habe ich an der Universität das Engagement der Studierenden in diversen Gruppen mit starkem Bezug zur Mathematik kennen- und schätzen gelernt. Deshalb haben wir im Januar 2015 angefangen ein ähnliches Konzept für die GAMM zu entwickeln, dass bei der GAMM Jahrestagung 2015 genehmigt wurde.

*Welche Aktivitäten hat es bisher gegeben?*

SB: Neben sozialen Aktivitäten (Eishockeyspiel, Vortragsreihe „Wer kann was?“) gab es schon verschiedene Fachveranstaltungen wie ein Vortrag von Prof. Khanh Chau Le (RUB) über die Kontinuumsversetzungstheorie sowie ein FEniCS Workshop.

BU: Wir haben bisher zwei Hauptaktivitäten: „Show your Workplace“ - eine Gelegenheit die Labore der



Sebastian Bär (Chemnitz) Benjamin Unger (Berlin)

anderen Gruppenmitglieder kennenzulernen - und das „Tools Seminar“ - eine Veranstaltungsreihe mit dem Ziel praktische Hilfsmittel für den wissenschaftlichen Alltag vorzustellen. Zudem gibt es auch zahlreiche soziale Aktivitäten.

*Wie zeichnet sich die Vernetzung von Mathematik und Mechanik ab?*

SB: Schnittstellen der Mathematik und Mechanik zeigten sich vor allem bei „Wer kann was?“. Dabei ergaben sich gemeinsame Problem- und Fragestellungen, die aus unterschiedlichen Perspektiven der Mathematik und Mechanik heraus betrachtet und gelöst wurden.

BU: Im Rahmen von „Show your Workplace“ zeigen sich immer wieder die zahlreichen Anknüpfungspunkte zwischen beiden Disziplinen auf.

*Wie kann man an der eigenen Universität ein GAMM Chapter gründen?*

SB+BU: Die GAMM Chapter sind noch sehr jung und es gibt noch keine festgelegten Ablaufstrukturen. Am leichtesten ist es direkt Kontakt mit den Gruppen in Berlin und Chemnitz aufzunehmen. Das Chapter lässt sich auch mit einem schon bestehenden SIAM Chapter verbinden.



# GAMM 2016 IN BRAUNSCHWEIG

VON HEIKE FABBENDER UND VOLKER BACH

Vom 7. bis 11. März 2016 fand die (nach 1962) zweite gemeinsame Jahrestagung der GAMM und der DMV (Deutsche Mathematikervereinigung) in Braunschweig statt. Damit war die GAMM zum vierten Mal an den Technischen Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig zu Gast. Der wissenschaftliche Teil der Tagung fand im Zentralbereich der TU statt, wo über 30 Hörsäle und große Seminarräume eine Tagung der kurzen Wege ermöglichten.

Die Stadt Braunschweig selbst, mit rund 250.000 Einwohnern die größte Stadt im Raum zwischen Hannover und Berlin und, heute wie historisch, Zentrum der Region, bot den Teilnehmern und Teilnehmerinnen eine interessante Kulisse für den nichtwissenschaftlichen Teil der Tagung. In der Stadt Heinrichs des Löwen trifft man überall auf Zeugen ihrer tausendjährigen Geschichte. Historische Gebäude, authentische Ensembles und einladende Plätze erzählen von der Entwicklung Braunschweigs vom Mittelalter bis zur Gegenwart. Gemäß einer Statistik der Europäischen Union ist Braunschweig »Europas heißeste Forschungsregion« und bot somit ein ideales Umfeld für die gemeinsame Jahrestagung von GAMM und DMV. In keiner anderen Region gibt es prozentual mehr Menschen, die in Forschung und Entwicklung arbeiten. Heute arbeiten und forschen in Braunschweig mehr als 16.000 Menschen in 250 Firmen des Hochtechnologie-Sektors und 27 Forschungseinrichtungen, die das Zukunftspotenzial der Region sichern<sup>1</sup>.

Um bei der gemeinsamen Jahrestagung den Anforderungen beider wissenschaftlicher Gesellschaften gerecht zu werden, gab es einige kleine Änderungen im gewohnten Ablauf einer GAMM-Jahrestagung:

- ein zusätzlicher mathematischer Hauptvortrag;
- eine Emmy-Noether-Lecture (für diese herausgehobenen Plenarvorträge werden jeweils exzellente Mathematikerinnen aus Deutschland ausgewählt);
- die mathematischen GAMM-Sektionen wurden gemeinsam mit der DMV organisiert;
- zusätzliche Sektionen, um die gesamte Bandbreite der Mathematik abzudecken.

Insgesamt 1323 Teilnehmer und Teilnehmerinnen aus 36 Ländern hatten sich für die Tagung registriert und durch ihre Teilnahme zu einer gelungenen, interessanten Tagung beigetragen.

Das Tagungsprogramm umfasste neben der traditionellen Prandl-Lecture und der Emmy-Noether-Lecture

- 8 Hauptvorträge;
- 7 Minisymposia mit insgesamt 42 Vorträgen;
- 5 Young Researchers Minisymposia mit insgesamt 29 Vorträgen;
- 27 Sektionen mit über 900 Vorträgen.

Weitere Programmpunkte wie die Vorträge der beiden von Mises-Preisträger, die GAMM Juniors Poster Session, das Luncheon Seminar „Mathematik in Industrie und Gesellschaft“ und eine von Studierenden organisierte Vortragsreihe rundeten das wissenschaftliche Programm ab. Das Programm wurde erstmals mit einem neuen Ablauf organisiert. Statt am Dienstag- bis Freitagvormittag jeweils mit Hauptvorträgen zu beginnen, fanden morgens zunächst Sektionsvorträge, danach Hauptvorträge statt. Dies führte zu einem sehr guten Besuch aller Vorträge.

Die Public Lecture zum Thema „ROSETTA – Aufbruch zu den Ursprüngen des Sonnensystems“ fand viel Zuspruch nicht nur seitens der Tagungsteilnehmer und -teilnehmerinnen, sondern auch von außerhalb der Universität.

Das Konferenzdinner wurde in ungewöhnlicher Form organisiert, um die Kommunikation der Tagungsteilnehmer und -teilnehmerinnen untereinander zu fördern. Die Anzahl der Sitzplätze war limitiert, Stehtische sorgten für immer neue Gesprächsrunden. Zahlreiche positive Rückmeldungen insbesondere der jüngeren Tagungsteilnehmer und -teilnehmerinnen sprechen dafür, neue Formen für das Rahmenprogramm zu testen.

Ein ganz besonderer Dank gilt neben dem Niedersächsischen Ministerium für Wissenschaft und Kultur und der DFG für ihre finanzielle Unterstützung sowie der TU Braunschweig für die kostenlose Überlassung der Räumlichkeiten insbesondere den zahlreichen Helferinnen und Helfern, die den reibungslosen Tagungsablauf gewährleistet haben.

Heike Faßbender und Volker Bach,  
TU Braunschweig

<sup>1</sup> Siehe [http://www.braunschweig.de/wirtschaft\\_wissenschaft/wissenschaftsportal/index.html](http://www.braunschweig.de/wirtschaft_wissenschaft/wissenschaftsportal/index.html)



## GAMM 2016 IN BRAUNSCHWEIG: OPENING SPEECH

WOLFGANG EHLERS

Meine Damen und Herren, Ladies and Gentlemen, dear Colleagues, Friends, GAMM and DMV Members

It is a pleasure for me to welcome you to this opening ceremony on behalf of the International Association for Applied Mathematics and Mechanics known in short as GAMM. Although this is a joint Meeting of GAMM and DMV, it has been a standing practice that the GAMM president offers his opening speech in German, whenever our conference takes place in Germany. However, I have been informed that we have 1,117 participants, many of them from various

countries, such that it is more or less natural to keep on in English.

Ladies and gentlemen, firstly, I would like to send my regards to the President of the Technical University of Braunschweig, Professor Jürgen Hesselbach, secondly, to the Mayor of the City of Braunschweig, Cornelia Rohse-Paul, thirdly to the Chairman of the Mathematical and Natural-Scientific Class of the Braunschweig Scientific Society, Professor Otto Richter, all of them honouring this opening ceremony with their attendance, and finally, of course, to my colleague, Professor Volker Bach, the Pre-

sident of the German Society of Mathematicians, in short DMV, who acts together with Professor Heike Fassbender as local organiser of this joint Annual Meeting of GAMM and DMV. You both and your entire team did a great job in organising this event here in the Lion-City Braunschweig. Thank you so much for your efforts. I think, this is worth to be acknowledged with applause.

Our society has a long tradition and cooperation with the German Society for Aeronautics and Astronautics, in short DGLR, through the jointly organised Ludwig-Prandtl-Memorial Lecture, this year presented by our colleague Professor Jan Delfs from the Institute of Aerodynamics and Flow Technology of the German Aeronautics and Space-Research Centre DLR here in Braunschweig who will speak on "Sound and turbulent shear flows" directly after the opening ceremony.

As you obviously know, the GAMM Conference and Annual Meeting takes place at various locations, often more than once during the time. To my knowledge, the GAMM conference is now for the fourth time in Braunschweig, the corresponding years are 1940, 1952, 1994 and now, 2016. That means, there is no town in Germany, where the GAMM conference has been oftener, only Dresden and Hamburg can compete.

We appreciate it very much to be here at the beautiful and historic city and to enjoy the flair both at the conference site and in the old city with its so-called five traditional islands, the cathedral, the castle square with the town's landmark, the Braunschweig lion, the old-town city hall and the market square with its famous fountain and buildings. So, once again, thanks to all of you who made this event possible.

Ladies and gentlemen, we are now coming to the major point of this opening, namely the presentation of those young scientists to whom GAMM awards the prestigious Richard-von-Mises prize.

As you certainly know, GAMM awards since 1989 every year one or two outstanding contributions in the field of Applied Mathematics and Mechanics. The prize, which has firstly been awarded to Dr. Alexander Mielke, now a famous professor at the Humboldt-University of Berlin, is named after Richard von Mises who was born in 1883 in former Lemberg, today Lwiw, located in the western part of the Ukraine, approximately 80 km east of Poland. After studying Mathematics, Physics and Engineering Sciences, Richard von Mises received his Doctoral degree from the Technical University of Vienna in 1907 and got his habilitation degree only one year later in 1908.

Again, only one year later and at the age of 26, he became a professor for Applied Mathematics at the University of Strasbourg. His further stages were: the Technical University of Dresden, where he received after the first world war the newly founded professorship for hydrodynamics and aeronautics. Then, in 1919, he was appointed director of the new Institute of Applied Mathematics of the University of Berlin. In 1921, he founded the "Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik", today also known as "Journal

of Applied Mathematics and Mechanics" and became its first editor. Today, this international journal, known in short as "ZAMM", is edited by the GAMM in co-operation with the Martin-Luther University of Halle-Wittenberg. One year after having founded the ZAMM, Richard von Mises and Ludwig Prandl founded our society, the GAMM, on the 21st of September 1922. Thus, we are now looking back to 94 years of GAMM and, within these years, to 87 GAMM conferences.

Based on this tradition, it is my honour to present this year two von-Mises laureates, namely Dr. Josef Kiendl and Dr. Martin Stoll. Dr. Stoll is a mathematician at the Max-Planck Institute for Dynamics of Complex Technical Systems in Magdeburg and serves as Head of the Group on Numerical Linear Algebra for Dynamical Systems. The prize is awarded to him in appreciation of his "results on the iterative solution of time-dependent PDE-constrained optimisation problems and the efficient preconditioning of the resulting optimality systems". The second laureate, Dr. Kiendl, is a Junior Professor at the Institute of Applied Mechanics of the Technical University of Braunschweig and the prize is awarded to him in appreciation of his "results in Isogeometric Analysis and modelling of thin structures".

The documents are signed by the members of the prize committee, the Professors Albrecht Bertram (Magdeburg), Hendrik Kuhlmann (Vienna), Ulrich Langer (Linz) and Stefan Müller (Bonn), and the President of GAMM.

Congratulations!

Dr. Kiendl and Dr. Stoll, please come up to the stage such that I can present the prize certificates and the prize money coming along to you with this honour.

Awarding two prizes means that the prize has been split as a result of equivalent scientific quality of candidates among the nominations we got this year.

Ladies and gentlemen, I would like to recall that the Richard-von-Mises-prize lectures given by Dr. Stoll and Dr. Kiendl will take place on Wednesday, at 10 o'clock, in the main lecture hall, the Audimax.

I also remind all GAMM members that the General Assembly of our society will also take place on Wednesday; namely, at 11.30 after the von-Mises lectures and the coffee break. Apart of the usual reports, we will also have some elections, where those of you who did not take part in the electronic election system can finally cast their vote. I herewith invite all GAMM members to attend our General Assembly.

Ladies and gentlemen, I now declare the GAMM conference in Braunschweig open and wish all of us an interesting and exciting event.

Thank you for your attention.

Wolfgang Ehlers, GAMM President

# BESCHLUSSPROTOKOLL ZUR HAUPTVERSAMMLUNG 2016

## DER GESELLSCHAFT FÜR ANGEWANDTE MATHEMATIK UND MECHANIK E.V.

Die Hauptversammlung der GAMM fand während der Jahrestagung 2016 am Mittwoch, dem 9. März 2016, in der Zeit von 11.30 – 12:30 Uhr im AudiMax, der Technischen Universität Braunschweig statt.

Zu Beginn der Veranstaltung waren 131 Mitglieder anwesend.

Den Vorsitz der Hauptversammlung hatte der Sekretär Herr Kaliske inne, der auch das Protokoll führte.

Alle Mitglieder wurden satzungsgemäß unter Angabe der folgenden Tagesordnung im Januar 2016 schriftlich eingeladen:

### Tagesordnung

1. Bericht des Präsidenten
2. Bericht des Schatzmeisters
3. Bericht der Kassenprüfer
4. Entlastung des Vorstands
5. Wahlen

#### Mitglieder des Vorstands

Prof. W. Ehlers (Präsident), Stuttgart, Amtszeit bis 2016

Prof. V. Mehrmann (Vizepräsident), Berlin, Amtszeit bis 2016

Amt wird satzungsgemäß durch den ausscheidenden Präsidenten ersetzt

Prof. R. Müller (Vizesekretär), Kaiserslautern, Amtszeit bis 2016, wieder wählbar

#### Mitglieder des Vorstandsrats

Prof. P. Benner, Magdeburg, 2. Amtszeit bis 2016, nicht wieder wählbar

Prof. S. Conti, Bonn, 2. Amtszeit bis 2016, nicht wieder wählbar

Prof. J. Eberhardsteiner, Wien, 1. Amtszeit bis 2016, wieder wählbar

Prof. C. Egbers, Cottbus, 1. Amtszeit bis 2016, wieder wählbar

Prof. L. Grüne, Bayreuth, 2. Amtszeit bis 2016, nicht wieder wählbar

Prof. S. Leyendecker, Erlangen-Nürnberg, 1. Amtszeit bis 2016, wieder wählbar

#### Kassenprüfer

#### Wahlkommission

6. Fachausschüsse
7. Verschiedenes

### 1. Bericht des Präsidenten

Der Präsident informiert über

- das Ableben von Mitgliedern der Gesellschaft,
- die Mitgliederbewegung im letzten Jahr,
- die Vorbereitung und Planung der zukünftigen GAMM-Jahrestagungen,
- die GAMM-Publikationen,
- die Vergabe des Richard-von-Mises-Preises und der Dr.-Klaus-Körper-Preise,
- die Ludwig-Prandtl-Gedächtnis-Vorlesung,
- den Zukunftsausschuss,
- die GAMM-Repräsentanten und GAMM-Junioren,
- die Evaluierung von drei Fachausschüssen, die Einrichtung eines neuen Fachausschusses sowie die turnusgemäße Schließung eines weiteren.

### 2. Bericht des Schatzmeisters

Der Schatzmeister, Herr Günther, stellt den Kassenbericht für den Zeitraum vom 01.01.2015 bis 31.12.2015 vor. Anfragen wurden nicht gestellt..

### 3. Bericht der Kassenprüfer

Frau Jacob berichtet von der Prüfung der Kasse für das Jahr 2015. Die Überprüfung der Einnahmen und Ausgaben erfolgte stichprobenartig auf der Grundlage des Kassenberichts des Schatzmeisters. Alle vorgelegten Unterlagen waren vollständig. Es ergaben sich keine sachlichen Beanstandungen, Empfehlungen wurden nicht ausgesprochen.

Die Kassenprüfer beantragen die Entlastung des Schatzmeisters.

### 4. Entlastung des Vorstands

Über den Antrag der Kassenprüfer zur Entlastung des Schatzmeisters wird abgestimmt. Mit 1 Enthaltung wird dem Antrag zugestimmt.

Auf Antrag von Herrn Kienzler (Bremen) wird der Vorstandsrat bei 5 Enthaltungen entlastet.

## 5. Neuwahlen

Einstimmig bei einer Enthaltung werden Frau Heilmann und Frau Jacob als Kassenprüfer für ein Jahr gewählt.

Der Vizepräsident, Herr Mehrmann, stellt die für den Vorstandsrat zur Wahl stehenden Kandidaten vor.

Die geheime Abstimmung (Urnenwahl und elektronische Wahl) führt auf folgendes Ergebnis:

### Mitglieder des Vorstands

Prof. W. Ehlers (Präsident), Stuttgart, Amtszeit bis 2016

Prof. V. Mehrmann (Vizepräsident), Berlin, Amtszeit bis 2016

Amt wird satzungsgemäß durch den ausscheidenden Präsidenten ersetzt

Prof. R. Müller (Vizesekretär), Kaiserslautern, Amtszeit bis 2016, wieder wählbar

### Mitglieder des Vorstandsrats

Prof. P. Benner, Magdeburg, 2. Amtszeit bis 2016, nicht wieder wählbar

Prof. S. Conti, Bonn, 2. Amtszeit bis 2016, nicht wieder wählbar

Prof. J. Eberhardsteiner, Wien, 1. Amtszeit bis 2016, wieder wählbar

Prof. C. Egbers, Cottbus, 1. Amtszeit bis 2016, wieder wählbar

Prof. L. Grüne, Bayreuth, 2. Amtszeit bis 2016, nicht wieder wählbar

Prof. S. Leyendecker, Erlangen-Nürnberg, 1. Amtszeit bis 2016, wieder wählbar

Präsidentin	H. Faßbender	243 Stimmen	(27 Enth)
Vizesekretär	R. Müller	244 Stimmen	(26 Enth)
Vorstandsratsmitglied			
Stochastik/Optimierung	S. Leyendecker	228 Stimmen	(42 Enth)
Festkörpermechanik	J. Eberhardsteiner	222 Stimmen	(48 Enth)
Strömungsmechanik	C. Egbers	220 Stimmen	(50 Enth)
Angewandte			
Mathematik I	H. Abels	217 Stimmen	(53 Enth)
Angewandte			
Mathematik II	B.Kaltenbacher	129 Stimmen	(24 Enth)
	A. Walther	117 Stimmen	
Angewandte			
Mathematik III	A. Klawonn	142 Stimmen	(14 Enth)
	B. Jacob	114 Stimmen	

Die jeweilige Amtszeit beginnt am 1. Januar 2017 und endet am 31. Dezember 2019.

Der Präsident dankt dem ausscheidenden Mitglied des Vorstands, Herrn Volker Mehrmann, sowie den ausscheidenden Mitgliedern des Vorstandsrats Herrn Peter Benner, Sergio Conti und Lars Grüne für die engagierte Mitarbeit.

Einstimmig werden Frau Heilmann und Frau Jacob als Kassenprüfer für ein Jahr in offener Abstimmung gewählt. Für den Fall, dass Frau Jacob aufgrund der Wahl in den Vorstandsrat das Amt nicht antreten kann, wird Herr Beitel-schmidt als nachrückender Kandidat für das Amt des Kassenprüfers bestimmt.

Einstimmig wird die Wahlkommission bestehend aus den Herren Grüne (Bayreuth), Gruttmann (Darmstadt), Langer (Linz), Steinmann (Erlangen) in offener Abstimmung neu gewählt.

## 6. Fachausschüsse

Der Vizesekretär, Herr Müller, berichtet über die Evaluierung der Fachausschüsse „Stochastische Optimierung in der Technik“, „Dynamik und Regelungstheorie“ sowie „Numerische Methoden für partielle Differenzialgleichungen“, der Einrichtung des neuen Ausschusses „Data-driven modeling and numerical simulation“ sowie der turnusgemäßen Schließung des Fachausschusses „Multiscale material modelling“. Die Berichte werden einstimmig beschlossen. Ergänzungen oder Anfragen zu dem Bericht liegen nicht vor.

## 7. Verschiedenes

Es liegen keine Wortmeldungen vor.

Die nächste Hauptversammlung findet voraussichtlich am 08. März 2017 in Weimar statt.

Wolfgang Ehlers  
Präsident  
Stuttgart, 20.06.2016

Michael Kaliske  
Sekretär  
Dresden, 20.06.2016

# BERICHT DES PRÄSIDENTEN AN DIE MITGLIEDER DER GAMM AUF DER MITGLIEDERVERSAMMLUNG AM 9. MÄRZ 2016 IN BRAUNSCHWEIG

Liebe Kolleginnen und Kollegen,  
meine Damen und Herren,

ich begrüße Sie sehr herzlich zur diesjährigen Mitgliederversammlung der „Gesellschaft für Angewandte Mathematik und Mechanik“, der GAMM. Bevor ich mit meinem Bericht über die Ereignisse des vergangenen Jahres beginne, möchte ich mich im Namen der GAMM bei den örtlichen Tagungsleitern, unserer Kollegin Heike Fassbender und unserem Kollegen Volker Bach, bedanken, die uns mit ihrem Team hier an der TU Braunschweig mit großem Einsatz ein exzellentes Umfeld für die diesjährig gemeinsam stattfindenden Tagungen der GAMM und der Deutschen Mathematiker-Vereinigung (DMV) geschaffen und ein sehr schönes Beiprogramm zusammengestellt haben.

Sie werden sich erinnern, dass wir vor zwei Jahren auf Beschluss des Vorstandsrats die beitragsfreie Mitgliedschaft in der GAMM abgeschafft haben. Dadurch ist die Mitgliederzahl von 1.949 im Jahr 2014 auf nun 1.769 abgesunken. Beitritte zur GAMM wurden dabei berücksichtigt. Damit sollte der Bereinigungsprozess der GAMM-Mitgliedschaften im Wesentlichen abgeschlossen sein.

Im kommenden Jahr wird die Jahrestagung der GAMM unter dem Motto Ilmenau@Weimar vom 6. bis zum 10. März 2017 in Weimar stattfinden. Diese Tagung steht unter der Leitung unserer Kollegen Carsten Trunk (Ilmenau) und Carsten Könke (Weimar). Der Programmausschuss hat bereits am 29. Januar in Weimar getagt, so dass die Vorbereitung der Tagung auf einem guten Weg ist.

Seitens der GAMM wurden für die folgenden Jahre weitere Einladungen angenommen:

- 2018: München, Tagungsleitung Müller/Ulbrich
- 2019: Wien, Tagungsleitung Eberhardsteiner/NN
- 2020: Kassel, Kuhl/NN

Für 2021 liegt noch kein Angebot vor. Daher erwartet die GAMM für dieses Jahr noch Angebote aus Ihrem Kreis. Wie Sie wissen, wurde die GAMM 1922 in Dresden gegründet. Wir wollen die GAMM-Tagung zu unserer 100-Jahr-Feier deshalb ebenfalls in Dresden stattfinden lassen. Die Dresdener Kollegen haben ihr Engagement bereits zugesagt.

Ich hoffe, Sie konnten sich im vergangenen Jahr wieder selbst davon überzeugen, dass sowohl der GAMM-Rundbrief als auch die GAMM-Mitteilungen planmäßig erschienen sind und optisch sehr ansprechend ausgestattet wurden. Dafür möchte ich den Herren Kollegen Klawonn und Schröder für den Rundbrief den Kollegen Steinmann und Menzel für die Mitteilungen ganz herzlich danken. Herr Steinmann wird nun zum Ende des Jahres 2016 die Herausgeberschaft der Mitteilungen abgeben und an Herrn

Menzel übertragen, dem ich für diese Aufgabe viel Erfolg und eine „glückliche Hand“ wünsche. Wie in den vergangenen Jahren, möchte ich Sie alle auffordern, weiterhin aktiv mit ihren wissenschaftlichen Beiträgen und Berichten von Workshops und Tagungen dazu beizutragen, sowohl den Rundbrief als auch die Mitteilungen auf dem hohen Niveau zu halten, das wir auch mit Ihrer Hilfe erreicht haben.

Nach den ersten beiden Bänden unserer Reihe „Lecture Notes in Applied Mathematics and Mechanics“, kurz LAMM, herausgegeben von Alexander Mielke und Bob Svendsen, ist kürzlich bei Springer auch der dritte Band erschienen. Titel dieses von Adrian Muntean, Jens Rademacher und Antonios Zagaris editierten Bands ist „Macroscopic and Large Scale Phenomena: Coarse Graining, Mean-Field Limits and Ergodicity“.

Auch die ZAMM ist auf gutem Kurs, der Impact-Faktor steigt weiter und liegt momentan bei 1,162 (2016) (von 0,948, Stand 2012). Dies ist nach wie vor eine positive Entwicklung, für die ich mich an dieser Stelle bei allen Mitgliedern des Editorial-Boards bedanken möchte.

Der Richard-von-Mises-Preis ist dieses Jahr wieder als Richard-von-Mises-Preis der „Dr.-Klaus-Körper-Stiftung“ vergeben worden. Es lagen für dieses Jahr vier sehr gute Nominierungen vor. Das Preiskomitee bestehend aus unseren Kollegen Bertram (Magdeburg), Kuhlmann (Wien), Langer (Linz) und Müller (Bonn) hat unter meiner Leitung getagt und aufgrund der Bewerberlage entschieden, den Preis zu teilen. Die diesjährigen Preisträger sind Josef Kiendl (TU Braunschweig) und Martin Stoll (MPI Magdeburg). Damit haben wir wieder einen Mechaniker, Herrn Kiendl, und einen Mathematiker, Herrn Stoll, ausgezeichnet. Wie auch in den letzten Jahren waren die diesjährigen Vorträge der Preisträger von hervorragender Qualität und sehr gut besucht.

Die Dr.-Klaus-Körper-Stiftung der GAMM vergibt jährlich 4 Preise (dotiert mit jeweils 250 € und einer zweijährigen kostenlosen Mitgliedschaft in der GAMM) für die besten Dissertationen des vergangenen Jahres in Angewandter Mathematik und Mechanik. Die diesjährigen Preisträger werden bis zum 15. März dieses Jahres ausgewählt und im Anschluss bekanntgegeben.

Prof. Jan Delfs vom Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt in Braunschweig hat auf Vorschlag der Deutschen Gesellschaft für Luft- und Raumfahrt (DGLR) einen sehr schönen Vortrag mit dem Titel „Sound and Turbulent Shear Flows“ gehalten. Der Vortrag war sehr gut besucht und zeigte anhand von anschaulichen Beispielen aus dem Bereich der Luft- und Raumfahrt, wie komplexe Probleme der Aeroakustik mit Hilfe einfacher Modelle an allgemeine



physikalische Mechanismen geknüpft werden können. Der Zukunftsausschuss der GAMM hat unter Leitung unseres Vizepräsidenten Volker Mehrmann getagt und bereits ein ausführliches Protokoll vorgelegt. Wie im letzten Jahr wird angeregt, die Vorgänge und Abläufe innerhalb der GAMM zukünftig noch transparenter zu gestalten. Wenn Sie Anregungen haben, die der Verbesserung unserer Gesellschaft dienen, so bringen Sie diese bitte über den Zukunftsausschuss ein.

Wir gehen davon aus, dass nahezu alle Hochschulen mit GAMM-Beteiligung ihre GAMM-Repräsentanten benannt haben. Bitte schauen Sie diesbezüglich auf die GAMM-Homepage. Sollten Sie feststellen, dass Ihre Hochschule nicht aufgeführt ist, bitten wir Sie, uns dies mitzuteilen und uns einen GAMM-Repräsentanten zu benennen.

Was die GAMM-Junioren betrifft, so ist die zweite Gruppe der Junioren im vergangenen Jahr nach dreijähriger aktiver Tätigkeit in der GAMM ausgeschieden. In diesem Zusammenhang möchte ich wie im vergangenen Jahr betonen, dass die GAMM die Aktivitäten ihrer Junioren sehr schätzt und als Erfolgsmodell betrachtet.

Dieses Jahr stehen drei Fachausschüsse zur Evaluierung an. Dies sind der Ausschuss „Stochastische Optimierung in der Technik“ unter der Leitung von Prof. Thomas Vietor

aus Braunschweig, der Ausschuss „Dynamik und Regelungstheorie“ unter der Leitung von Prof. Rolf Findeisen aus Magdeburg und Prof. Stephan Trenn aus Kaiserslautern sowie der Ausschuss „Numerische Methoden für partielle Differenzialgleichungen“ unter der Leitung von Prof. Christian Wieners aus Karlsruhe und Prof. Stefan Sauter aus Zürich. Die beantragten Verlängerungen wurden vom Vorstandsrat empfohlen, nachdem die Evaluierungsberichte fristgerecht vorgelegt wurden.

Der Fachausschuss „Multiscale material modelling“ unter der Leitung von Prof. Holger Steeb aus Stuttgart und Prof. Stefan Diebels aus Saarbrücken wird Ende 2016 turnusgemäß geschlossen.

Ferner liegt ein Einrichtungsantrag von den Kollegen Stefan Diebels aus Saarbrücken und Felix Fritzen aus Stuttgart für den Fachausschuss „Data-driven modelling and numerical simulation“ vor. Dieser wurde fristgerecht vorgelegt und vom Vorstandsrat zur Einrichtung empfohlen. Ich wünsche Ihnen weiterhin eine angenehme Tagung und danke Ihnen für Ihre Aufmerksamkeit.

Wolfgang Ehlers  
Präsident der GAMM

# RICHARD-VON-MISES-PRIZE 2016

## LAUDATION ON JOSEF KIENDL BY ALESSANDRO REALI & LAUDATION ON MARTIN STOLL BY PETER BENNER

Dear All,

I first would like to apologize for not being here in person. I also would like to deeply thank my great friend and colleague Laura for reading this laudatio for me.

I am particularly happy of introducing **Prof. Josef Kiendl** as the recipient of the GAMM Richard-von-Mises Prize 2016. I have known Josef personally for more than four years since he joined my group at the Department of Civil Engineering and Architecture of the University of Pavia, working on isogeometric methods in close collaboration with myself, as well as with other researchers.

Before he started working in Pavia, I was aware of his high international reputation due to his outstanding work performed during his PhD thesis at the TU Munich, where he applied the isogeometric concept, a novel paradigm in computational mechanics, to nonlinear structural analysis and shape optimization of Kirchhoff-Love shells. The model he developed in his thesis is internationally acknowledged as a fundamental, pioneering work, which had a very high impact on the worldwide research on isogeometric methods, and gave new life to numerical simulations with classical Kirchhoff-Love shell models. Furthermore, this formulation was an important step towards the ultimate goal of isogeometric analysis, i.e., the integration of CAD and analysis.

In Pavia he continued his work on isogeometric methods and, in particular, he gave important contributions to the development of isogeometric collocation methods. This work involved a strong collaboration with world-leading Mathematicians from the school of Prof. Franco Brezzi. Within this collaboration, Josef proved his commitment and enthusiasm for interdisciplinary research and deeply enhanced his mathematical skills, complementing in this way his already strong knowledge of structural and solid mechanics. Furthermore, he continued his work in structural mechanics, where he made significant new developments on both theoretical and computational models. He developed a new and highly interesting approach for the modeling of shear deformable beams and plates characterized by having only one unknown variable. I am convinced that this approach has the potential to constitute a new paradigm in the development of structural formulations, with a huge potential impact also on shell modeling. Furthermore, he extended his previous work on Kirchhoff-Love shells



and he developed a new hyperelastic shell formulation for which arbitrary 3D hyperelastic material models can be used. In collaboration with international experts of the field, he also performed important research on fluid-structure-interaction, with applications of highest scientific and industrial interest, such as full scale simulations of large offshore wind turbine blades and biomechanics simulations of bioprosthetic heart valves.

Josef is brilliant and extremely productive and over his research career he clearly demonstrated high originality and creativity. He published a number of excellent papers, 7 of which have been already identified by ISI as “Highly Cited Papers”, which is indeed an extraordinary accomplishment for a 35 year-old researcher. His work so far has already had a big impact on the research community and he established several international collaborations where he could employ his developments for problems of the highest scientific and industrial interest. I believe he is already several steps into a brilliant scientific career, in which he has already accomplished and will further accomplish many great things.

Last but not least, he is a truly delightful, friendly person. A few months ago he moved to the TU Braunschweig, where he is now an Assistant Professor, and literally everyone

who collaborated - or just spent some time - with him at the University of Pavia misses him very much not only professionally but also from the personal point of view.

And this is particularly true for me.

Despite I was formally his postdoc supervisor, I have to say that I felt to be for him more like an “elder brother”, because Josef did not actually need any supervision. I am just grateful for the opportunity to have had him in my group and to have him (and his wife Julia of course!) among my friends. Scientifically, I like to consider myself as Josef’s number one fan.

Therefore, I can only express my highest appreciation for the work of the Selection Committee for the Richard-von-Mises Prize. I am sure that, selecting Josef, they made the right choice and will never regret it.

I finally conclude with my warmest congratulations to Josef: You deeply deserve this honor and, as your number one fan and elder brother, I am very proud of you!

Prof. Alessandro Reali



**Martin Stoll** was born and raised in Bützow near Rostock in the North-East of Germany. He studied Mathematics at TU Chemnitz. There, Martin wrote his “Diplomarbeit” under my supervision on solving large-scale eigenproblems with Hamiltonian structure. It served as a first hint to a successful academic career that his Diplomarbeit already led to two publications in major journals and to the offer to pursue a Ph.D. project at the University of Oxford in Nick Trefethen’s group. Eventually, Martin worked towards his Ph.D. under the guidance of Andy Wathen. In Oxford, he also met the late Gene Golub, and Martin is among the last persons to have worked with him on a mathematical problem and to publish a paper with Gene. The topic of Martin’s Ph.D. thesis then became the preconditioning of iterative solvers for nonsymmetric linear systems where the operator is self-adjoint in some non-standard inner product. The most prominent method in this class is the celebrated Bramble-Pasciak preconditioner, used in Bramble-Pasciak CG. Martin developed new variants of preconditioners making equally use of self-adjointness in certain inner products. By cleverly combining several ideas from different preconditioners, Martin’s work has led to new and efficient solvers for nonsymmetric and indefinite systems, in particular for saddle point problems, often outperforming the classical solvers. His Ph.D. thesis „Solving Linear Systems using the Adjoint“ was then defended in 2009.

During his PostDoc at the newly founded OCCAM center in Oxford and then from 2010 on at the MPI in Magdeburg, he carried his ideas over to numerous problems involving linear systems with saddle-point structure, in particular PDE constrained optimization problems. The range of problems treated includes optimization problems for linear and nonlinear reaction-diffusion systems, advection-dominated problems, Stokes-Brinkmann and Navier-Stokes equations. Usually, for all these systems, stationary and instationary problems are considered in Martin’s work, and control and state constraints are taken into account, using various pe-

nalization or regularization schemes. In particular his low-rank approach together with Tobias Breiten to space-time discretization offers a new route to efficiently solve instationary problems! In his recent work, Martin also considers the incorporation of uncertain parameters and noisy controls. Due to the high-dimensional discrete problems that result in particular from the modeling of uncertain parameters as random variables, Martin early on started using low-rank tensor techniques to represent solutions with small amount of data. These techniques are currently at the forefront of solver technology for time-dependent and noisy PDE constrained optimization problems. Just as one example, in a recent paper, these techniques were all combined to solve a KKT system for optimal control of the instationary Stokes-Brinkmann flow with uncertain data, a linear system of saddle-point structure with 10 billion unknowns, using MATLAB on a desktop computer in less than an hour!

In 2013, after a usual evaluation process, Martin was appointed head of the W2 group „Numerical Linear Algebra for Dynamical Systems“ at MPI Magdeburg, which is comparable to an associate professor position. Since then, he has opened up several new research directions, in particular the numerical solution of fractional in space and time PDEs and their optimization, as well as of phase field models, described by Cahn-Hilliard equations, with applications in materials science and impainting. I will not go into further details, as many of these aspects will be presented in the forthcoming talk, but I would like to say that without Martin’s rigorous combination of efficient preconditioning with low-rank structures in space-time and the additional use of tensor techniques to treat uncertain parameters, problems as the ones mentioned would be far from being solvable without using supercomputers.

Martin’s work up to now comprises more than 30 papers in leading journals in numerical analysis and scientific computing, including 12 papers in 4 different SIAM journals.

Prof. Dr. Peter Benner

## NACHRUF: FRANZ ZIEGLER (1937 – 2016)

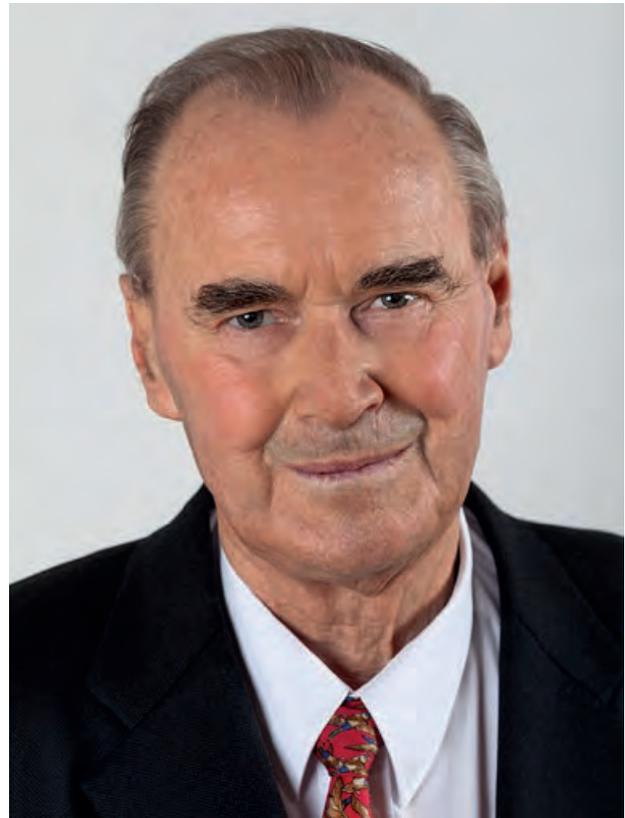
Die TU Wien und der Forschungsbereich für Baumechanik und Baudynamik des Instituts für Hochbau und Technologie trauern um ihr langjähriges Mitglied em.O.Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Dr.h.c. Franz Ziegler.

Franz Ziegler wurde am 12. Dezember 1937 in Wiener Neustadt geboren. Nach der Matura begann er 1956 das Studium des Maschinenbauwesens an der Technischen Universität Wien, welches er 1961 mit Auszeichnung abschloss. Von 1962 bis 1971 arbeitete er als Universitätsassistent bei Professor Heinz Parkus am Institut für Mechanik der TU Wien. Im Jahre 1964 promovierte er mit Auszeichnung zum Doktor der technischen Wissenschaften. 1967/68 war er Max-Kade Research Fellow an der Northwestern University in Evanston. 1971 habilitierte er sich an der TU Wien im Fach „Mechanik“ und 1972 wurde er zum Ordentlichen Universitätsprofessor und Vorstand des Instituts für Allgemeine Mechanik an der Fakultät für Bauingenieurwesen der TU Wien berufen. Weitere Rufe erhielt er 1971 auf einen Lehrstuhl für Mechanik der TU Braunschweig und 1981 auf eine Professur für Mechanik der TU München, die er jedoch beide ablehnte. Seit 2006 war Franz Ziegler emeritiert.

Das wissenschaftliche Betätigungsfeld von Franz Ziegler umfasste unter anderem die Wellenausbreitung in stochastischen Medien, deterministische und zufällige Schwingungen elastischer und inelastischer Tragwerke, Wärmespannungen, Flüssigkeits-Bauwerksinteraktion, dynamische Plastizität, nichtlineare Tragwerksdynamik, numerische und experimentelle Methoden der Mechanik, Erdbebeningenieurwesen und Geomechanik. Seine Ergebnisse sind in etwa 300 wissenschaftlichen Publikationen in Form von Büchern und Beiträgen in internationalen wissenschaftlichen Zeitschriften und in referierten Tagungsbänden festgehalten. Er hat das Lehrbuch „Technische Mechanik der festen und flüssigen Körper“ verfasst, welches in mehreren Auflagen in deutscher, englischer und russischer Sprache erschienen ist.

Franz Ziegler war Mitherausgeber und Mitglied im Editorial Board von zahlreichen wissenschaftlichen Zeitschriften. Er war Generalsekretär der International Union of Theoretical and Applied Mechanics (IUTAM), Präsident und Vizepräsident der Gesellschaft für Angewandte Mathematik und Mechanik (GAMM), Präsident des International Institute of Acoustics and Vibrations (IIAV), Vorsitzender der Österreichischen Gesellschaft für Erdbebeningenieurwesen und Baudynamik (OGE) sowie wirkliches Mitglied der Österreichischen Akademie der Wissenschaften, Academician der Russischen Akademie der Wissenschaften. Er war Inhaber mehrerer Gastprofessuren und Ehrenprofessor der Perm Staatlichen Technischen Universität.

Professor Ziegler prägte Lehre und Forschung in nachhaltiger Weise. Bis zuletzt zeigte er in seinen lebendig gehaltenen Vorlesungen und wissenschaftlichen Vorträgen großen Enthusiasmus, immer „gewürzt“ mit einem Funken an



Humor, weshalb er sowohl bei Studierenden als auch bei Konferenzteilnehmern sehr beliebt war. Sein persönliches Engagement, sein tiefer Erkenntniswille und sein respektvoller Umgang mit seinen Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern wird uns immer in guter Erinnerung bleiben. Er war stets um die Förderung junger Wissenschaftler bemüht und konnte viele von ihnen erfolgreich bis zur Promotion und Habilitation begleiten.

Die Fakultät für Bauingenieurwesen verdankt ihm sehr viel, da er in zahlreichen Kommissionen der universitären Selbstverwaltung maßgebende konstruktive Arbeit mit großer Durchsetzungskraft leistete, und dies, soweit wie möglich, in unbürokratischer Weise.

Der TU Wien bleibt Professor Franz Ziegler im Gedächtnis als hervorragender akademischer Lehrer, Forscher und großartiger Mensch. Franz Ziegler verstarb am 4. Jänner 2016 im 79. Lebensjahr.

Für die Kolleginnen und Kollegen des Forschungsbereichs für Baumechanik und Baudynamik (ehem. Institut für Allgemeine Mechanik) und für ehemalige Mitarbeiter von Franz Ziegler

Rudolf Heuer, Christian Bucher, Piotr Borejko,  
Franz Rammerstorfer, Hans Irschik, Christoph Adam

## WISSENSCHAFTLICHE VERANSTALTUNGEN

### GAMM

Gesellschaft für Angewandte Mathematik und Mechanik, <http://www.gamm-ev.de>

Tagungsjahr 2016/ 2017

**GAMM Jahrestagung 2017 Weimar@Ilmenau**  
<http://jahrestagung.gamm-ev.de/>

**Numerische Methoden für partielle Differentialgleichungen**  
web: <http://gamm-sc.math.kit.edu/>

**Angewandte Operatortheorie**  
web: <http://www.gamm-ot.uni-wuppertal.de/>

**Dynamik und Regelungstheorie**  
web: <http://ifatwww.et.uni-magdeburg.de/syst/GAMMFA/gammfa.shtml>

**Analysis von Mikrostrukturen**  
web: <http://www.iam.uni-bonn.de/aaa2/gamm-fa/>

**Optimierung mit partiellen Differentialgleichungen**  
web: <http://www.gamm.optpde.net>

**Computational Science and Engineering (CSE)**  
web: <http://www.uni-stuttgart.de/gamm/fa-cse>

**Mathematische Signal- und Bildverarbeitung**  
web: <http://www3.math.tu-berlin.de/numerik/GAMM-MSIP/>

**Uncertainty Quantification**  
web: <http://www.numhpc.org/AGUQ>

**Angewandte und Numerische Lineare Algebra**  
web: <http://www.maths.manchester.ac.uk/gamm-anla/>

**Phasenmodellierung**  
web: [http://www.mv.uni-kl.de/ltm/forschung/GAMM-FA\\_PFM](http://www.mv.uni-kl.de/ltm/forschung/GAMM-FA_PFM)

**Analysis partieller Differentialgleichungen**  
web: <http://www.uni-regensburg.de/mathematics/partial-differential-equations/index.html>

**Data-driven Modeling and Numerical Simulation for Microstructured Materials**  
web: <http://www.mechbau.uni-stuttgart.de/EMMA/ag-data>

Weitere Tagungen sind auf der GAMM-Homepage <http://www.gamm-ev.de> einzusehen.

### IUTAM

International Union of Theoretical and Applied Mechanics, <http://www.iutam.net>

### ECCOMAS

European Community on Computational Methods in Applied Sciences, <http://www.cimne.com/eccomas>

### EUROMECH

European Mechanics Society  
<http://www.euromech.org>

### EMS

European Mathematical Society  
<http://www.euro-math-soc.eu/>

### MFO

Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach  
<http://www.mfo.de>

### CISM

International Centre for Mechanical Sciences  
<http://www.cism.it>

*Weitere interessante wissenschaftliche Veranstaltungen können Sie auf den Links der einzelnen Organisationen einsehen.*

## YAMM: YOUNG ACADEMICS IN APPLIED MATHEMATICS AND MECHANICS

YAMM ist ein neues Element im Programm der GAMM Jahrestagung: ein Get-Together in einer der Mittagspausen unter einem vorgegebenen Themenschwerpunkt. Die erste YAMM wird 2017 zum Thema Karrierewege für den wissenschaftlichen Nachwuchs stattfinden. Erfahrene GAMM Mitglieder werden als Paten die Diskussion an verschiedenen Thementischen leiten. Ziel der Veranstaltung ist es, Nachwuchswissenschaftlern eine Plattform zu bieten, um unterschiedliche Karrierewege kennenzulernen und zu diskutieren, sowie neue Netzwerke zu bilden. Eine Anmeldung für die YAMM wird im Rahmen der Registrierung zur Jahrestagung möglich sein.

Wir freuen uns auf interessante Diskussionen und einen ergiebigen Informationsaustausch!

Claudia Schillings  
(Sprecherin der GAMM Juniors)



## AUFRUF • CALL

**Für die Jahrestagung 2018  
in München, 19. - 23. März,  
veranstaltet die GAMM einen  
Wettbewerb zur Einreichung von**

**For its Annual Meeting 2018  
in Munich March 19 - 23,  
GAMM is arranging a competition for  
submission of**

## NACHWUCHS- MINISYMPOSIEN

## YOUNG RESEARCHER MINISYMPOSIA

Wie die klassischen Minisymposien soll sich auch ein Nachwuchs-Minisymposium auf ein spezifisches, aktuelles Forschungsthema konzentrieren. Es stehen zwei Stunden zur Verfügung mit vier bis sechs Vorträgen. Um ein Nachwuchs-Minisymposium bewerben sich zwei Organisatoren von zwei verschiedenen Institutionen. Wie alle Vortragenden sollten sie höchstens 35 Jahre alt und noch nicht zum/zur („tenured“) Professor/in ernannt sein. Die Vortragenden sollen ebenfalls aus verschiedenen Institutionen kommen.

Like classical minisymposia, a young researchers' minisymposium shall focus on a specific, timely research subject. It will last two hours with four to six lectures. Two organisers from two different institutions apply for a young researchers' minisymposium. Like all other speakers, they should be at most 35 years old and not yet hold a tenured professor position. The speakers should also come from different institutions.

Das Programmkomitee wird aus den eingegangenen Bewerbungen die Nachwuchs-Minisymposien auswählen. Eine finanzielle Förderung der Teilnehmer ist nicht möglich.

From the applications received, the programme committee will select the young researchers' minisymposia. There is no financial support for the participants available..

### Zeitplan:

#### **bis 31. Dezember 2016**

Einreichung von Vorschlägen per e-mail (plain ASCII) an die Geschäftsstelle: [gamm@mailbox.tu-dresden.de](mailto:gamm@mailbox.tu-dresden.de)

Die Bewerbung besteht aus einer einseitigen Zusammenfassung, den Titeln der einzelnen Vorträge sowie der Angabe von Geburtsdatum, derzeitiger Stellung und Institution für alle Organisatoren und Vortragende.

#### **09. - 23. März 2018**

Durchführung der ausgewählten Minisymposien.

### Schedule:

#### **until December 31, 2016**

Submission of proposals by e-mail (plain ASCII) to the GAMM office: [gamm@mailbox.tu-dresden.de](mailto:gamm@mailbox.tu-dresden.de)

A proposal consists of a one page abstract, the titles of all lectures and information about the date of birth and the current position and affiliation of all organisers and speakers

#### **March 19 - 23, 2018**

Carrying out the nominated minisymposia.

## AUFRUF · CALL

## WAHLEN ZUM VORSTANDSRAT

Aufruf des Präsidenten mit Bitte um  
Wahlvorschläge zur Vorstandswahl 2017

**Wahlvorschläge**

Wahlvorschläge können bei der Geschäftsstelle der GAMM per E-Mail unter [GAMM@mailbox.tu-dresden.de](mailto:GAMM@mailbox.tu-dresden.de) eingereicht werden.

Vorschlagsberechtigt sind persönliche Mitglieder der GAMM sowie korporative Mitglieder.

Die folgenden Ämter des GAMM-Vorstandsrates sind 2017 zu wählen. Die Amtszeiten werden zum 01.01.2018 beginnen.

**Mitglieder des Vorstands**

Prof. Dr.-Ing. habil. Michael Kaliske (Sekretär), Dresden, Festkörpermechanik, Amtszeit bis 2017

Prof. Dr. rer. nat. Michael Günther (Schatzmeister), Wuppertal, Angewandte Mathematik, Amtszeit bis 2017

**Mitglieder des Vorstandsrates**

Prof. Dr.-Ing. habil. G. Brenn, Graz, Strömungsdynamik, 1. Amtszeit bis 2017, wieder wählbar

Prof. Dr. G. Kutyniok, Berlin, Angewandte Funktionalanalysis, 1. Amtszeit bis 2017, wieder wählbar

Prof. Dr.-Ing. U. Nackenhorst, Hannover, Festkörpermechanik, 1. Amtszeit bis 2017, wieder wählbar

Die Quorenregelung verlangt, den Sekretär sowie den Schatzmeister von mindestens 10 Mitgliedern, für die zu wählenden Mitglieder des Vorstandsrates von mindestens fünf Mitgliedern schriftlich unterstützt werden müssen. Wahlvorschläge und Unterstützungserklärungen, auch für eine Wiederwahl, müssen spätestens acht Wochen vor der Mitgliederversammlung, also bis zum **11.01.2017**, bei der Geschäftsstelle eintreffen.

**Vorstandswahl 2017**

Die Stimmabgabe zur Vorstandswahl erfolgt entweder mittels Urnenwahl im Rahmen der Mitgliederversammlung der Gesellschaft für Angewandte Mathematik und Mechanik e.V. in Weimar am Mittwoch, den **08.03.2017** oder mittels elektronischer Stimmabgabe. Als Mitglied der GAMM erhalten Sie eine gesonderte Einladung. Stimmberechtigt sind persönliche Mitglieder der GAMM sowie namentlich benannte Delegierte der korporativen Mitglieder.

Ich bitte Sie, persönlich an der Mitgliederversammlung in Weimar teilzunehmen und sich an der Wahl zu beteiligen. Die elektronische Stimmabgabe ist in dem Zeitraum vom **01.02.2017 bis 01.03.2017** über die Internetseite der GAMM möglich.

W. Ehlers, Präsident

**Mitglieder der Wahlkommission für die Vorstandswahlen 2017**

Vorsitzender: W. Ehlers, Stuttgart, Vizepräsident

Gewählte Mitglieder: L. Grüne, Bayreuth

F. Gruttmann, Darmstadt

U. Langer, Linz

P. Steinmann, Erlangen

**Präsident:** **Prof. Wolfgang Ehlers**  
 Universität Stuttgart, Institut für  
 Mechanik (Bauwesen), Lehrstuhl II,  
 Pfaffenwaldring 7  
 70569 Stuttgart

**Vizepräsident:** **Prof. Volker Mehrmann**  
 Technische Universität Berlin,  
 Institut für Mathematik, MA 4-5,  
 Straße des 17. Juni 136, 10623 Berlin

**Sekretär:** **Prof. Michael Kaliske**  
 Technische Universität Dresden  
 Institut für Statik und Dynamik der  
 Tragwerke, Fakultät Bauingenieurwesen,  
 01062 Dresden

**Vizesekretär:** **Prof. Ralf Müller**  
 Technische Universität Kaiserslautern,  
 Lehrstuhl für Technische Mechanik  
 Postfach 3049, 67653 Kaiserslautern

**Schatzmeister:** **Prof. Michael Günther**  
 Bergische Universität Wuppertal  
 Fachbereich C – Fachgruppe  
 Mathematik, Lehrstuhl für Angewandte  
 Mathematik/Numerik,  
 Gaußstraße 20, 42119 Wuppertal

### Weitere Mitglieder des Vorstandsrates

**Prof. Peter Benner**  
 Max Planck Institute for Dynamics of  
 Complex Technical Systems,  
 Sandtorstraße 1, 39106 Magdeburg

**Prof. Günter Brenn**  
 Technische Universität Graz  
 Institut für Strömungsdynamik und Wärmeübertragung  
 Inffeldgasse 25/F, A-8010 Graz

**Prof. Sergio Conti**  
 Universität Bonn, Institut für Angewandte Mathematik,  
 Endenicher Allee 60, 53115 Bonn

**Prof. Josef Eberhardsteiner**  
 Technische Universität Wien,  
 Institut für Mechanik der Werkstoffe und Strukturen,  
 Karlsplatz 13, 1040 Wien, Österreich

**Prof. Christoph Egbers**  
 Brandenburgische Technische Universität Cottbus  
 Fakultät Maschinenbau, Elektrotechnik und  
 Wirtschaftsingenieurwesen, Institut für Verkehrstechnik  
 Siemens-Halske-R.ing 14, 03046 Cottbus

**Prof. Lars Grüne**  
 Universität Bayreuth,  
 Mathematisches Institut,  
 Universitätsstr. 30, 95440 Bayreuth

**Prof. Gitta Kutyniok**  
 Technische Universität Berlin  
 Institut für Mathematik,  
 Straße des 17. Juni 136, 10623 Berlin

**Prof. Rolf Lammering**  
 Helmut-Schmidt-Universität der Bundeswehr Hamburg  
 Fachbereich Maschinenbau, Institut für Mechanik,  
 22039 Hamburg

**Prof. Sigrid Leyendecker**  
 Friedrich-Alexander Universität Erlangen-Nürnberg  
 Lehrstuhl für Technische Dynamik,  
 Haberstraße 1, 91058 Erlangen

**Prof. Udo Nackenhorst**  
 Leibniz Universität Hannover  
 Institut für Baumechanik und Numerische Mechanik  
 Appelstraße 9a, 30167 Hannover

**Prof. Robert Seifried**  
 Technische Universität Hamburg-Harburg, Mechanik  
 und Meerestechnik, Eißendorfer Straße 42 (M), 21073  
 Hamburg

**Prof. Christian Wieners**  
 Karlsruher Institut für Technologie (KIT), Fakultät für  
 Mathematik, Institut für Angewandte und Numerische  
 Mathematik, Arbeitsgruppe 3: Wissenschaftliches  
 Rechnen, Kaiserstr. 89-93, 76133 Karlsruhe

### Beratende Mitglieder des Vorstandsrates

**Prof. em. Dr. Götz Alefeld**  
 Universität Karlsruhe (TH), Fakultät f. Mathematik, Institut f.  
 Angewandte Mathematik, Postfach 6980, 76128 Karlsruhe

**Prof. em. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. mult. Dr. h.c. Oskar Mahrenholtz**  
 Technische Universität Hamburg-Harburg  
 Institut für Mechanik und Meerestechnik  
 Eißendorfer Straße 42, 21071 Hamburg

**Prof. em. Dr. rer. nat. Reinhard Mennicken**  
 Universität Regensburg NWF I / Mathematik  
 93053 Regensburg

**o. Prof. i.R. Dr. Ing. Dr.-Ing. E.h. Dr. h.c. mult. Friedrich Pfeiffer**  
 Technische Universität München, Lehrstuhl B für  
 Mechanik, Boltzmannstraße 15, 85748 Garching

**Prof. em. Dr.-Ing. Dr. techn. E.h. Dr. h.c. Jürgen Zierep**  
 Universität Karlsruhe, Institut für Strömungslehre  
 und Strömungsmaschinen, 76128 Karlsruhe

### Kassenprüfer

**Prof. Margareta Heilmann**  
 Bergische Universität Wuppertal  
 Fachbereich 7 - Mathematik

**Prof. Birgit Jacob**  
 Bergische Universität Wuppertal  
 Fachbereich Mathematik und Naturwissenschaften

## EHRENMITGLIEDER DER GAMM

**Ehrenvorsitzender**

Prof. Dr. Ludwig Prandtl (1950)  
† 15. August 1953

**Ehrenmitglieder**

Prof. Dr. Theodor von Kármán (1956)  
† 7. Mai 1963

Prof. Dr. Aurel Stodola  
† 25. Dezember 1942

Prof. Dr. Henry Görtler (1980)  
† 31. Dezember 1987

Prof. Dr. Felix Klein (1924)  
† 22. Juni 1925

Prof. Dr. Lothar Collatz (1980)  
† 26. September 1990

Prof. Dr. Eric Reissner (1992)  
† 1. November 1996

Prof. Dr. Klaus Kirchgässner (2011)  
† 09. Juli 2011

Prof. Dr. Wolfgang Haack (1992)  
† 28. November 1994

Prof. Dr.-Ing. Erwin Stein (2011)

Prof. Dr. Helmut Heinrich (1993)  
† 14. Januar 1997

Prof. Dr.-Ing. Jürgen Zierep (1999)

Prof. Dr. Klaus Oswatitsch (1993)  
† 1. August 1993

Prof. Dr.-Ing. Oskar Mahrenholtz (1997)

Prof. Dr. Kurt Magnus (1993)  
† 15. Dezember 2003

**PERSONALIA**

Todesfälle, wir gedenken:

Prof. Dr.-Ing. Franz-Alfons Emmerling, Neubiberg  
Prof. Dr.-Ing. Horst Irretier, Habichtswald  
Prof. Dr. Heiner Mühlig, Dresden  
Prof. Dr. Dr. h.c. Franz Ziegler, Wien

Prof. Dr. Jozef Brilla, Bratislava  
Prof. Dr. Uwe Helmke, Würzburg  
Prof. em. Dr.-Ing. Sándor Kaliszky, Budapest  
Prof. Dr.-Ing., Dr. h.c. Norbert Peters, Aachen

# siam Bestsellers

Top Selling Titles from the Society for Industrial and Applied Mathematics\*

**ORDER  
DIRECT:**

[Bookstore.siam.org](http://Bookstore.siam.org)

1. **Introduction to Linear Algebra, Fourth Edition**  
Gilbert Strang  
2009 • x + 574 pages • Hardcover • 978-0-980232-71-4  
List \$87.50 • SIAM Members \$61.25 • WC09
2. **Numerical Linear Algebra**  
Lloyd N. Trefethen and David Bau III  
1997 • xii + 361 pages • Softcover • 978-0-898713-61-9  
List \$67.00 • SIAM Members \$46.90 • OT50
3. **Finite Difference Methods for Ordinary and Partial Differential Equations: Steady-State and Time-Dependent Problems**  
Randall J. LeVeque  
2007 • xvi + 341 pages • Softcover • 978-0-898716-29-0  
List \$69.50 • SIAM Members \$48.65 • OT98
4. **Matrix Analysis and Applied Linear Algebra**  
Carl D. Meyer  
2000 • xii + 718 pages • Hardcover • 978-0-898714-54-8  
List \$106.50 • SIAM Members \$74.55 • OT71
5. **Uncertainty Quantification: Theory, Implementation, and Applications**  
Ralph C. Smith  
2014 • xviii + 382 pages • Hardcover • 978-1-611973-21-1  
List \$74.00 • SIAM Members \$51.80 • CS12
6. **Differential Equations and Linear Algebra**  
Gilbert Strang  
2014 • 512 pages • Hardcover • 978-0980232790  
List \$87.50 • SIAM Members \$61.25 • WC13
7. **A First Course in Numerical Methods**  
Uri Ascher and Chen Greif  
2011 • xxii + 552 pages • Softcover • 978-0-89871-97-0  
List \$98.00 • SIAM Members \$68.60 • CS07
8. **Insight Through Computing: A MATLAB Introduction to Computational Science and Engineering**  
Charles F. Van Loan and K.-Y. Daisy Fan  
2009 • xviii + 434 pages • Softcover • 978-0-898716-91-7  
List \$63.50 • SIAM Members \$44.75 • OT117
9. **Mathematical Models in Biology**  
Leah Edelstein-Keshet  
2005 • xliii + 586 pages • Softcover • 978-0-898715-54-5  
List \$64.50 • SIAM Members \$45.15 • CL46
10. **Approximation Theory and Approximation Practice**  
Lloyd N. Trefethen  
2012 • viii + 305 pages • Softcover • 978-1-611972-39-9  
List \$51.00 • SIAM Members \$35.70 • OT128
11. **Vehicle Routing: Problems, Methods, and Applications, Second Edition**  
Paolo Toth and Daniele Vigo  
2015 • xviii + 463 pages • Softcover • 978-1-611973-58-7  
List \$119.00 • SIAM Members \$83.30 • MO18
12. **Introduction to Nonlinear Optimization: Theory, Algorithms, and Applications with MATLAB**  
Amir Beck  
2014 • xii + 282 pages • Softcover • 978-1-611973-64-8  
List \$89.00 • SIAM Members \$62.30 • MO19
13. **Handbook of Writing for the Mathematical Sciences, Second Edition**  
Nicholas J. Higham  
1998 • xvi + 302 pages • Softcover • 978-0-898714-20-3  
List \$62.50 • SIAM Mbrs. \$43.75 • Students \$62.50 • OT63

**Rundbrief Readers  
Get 30% Off List Price  
Enter code BKGM16**



14. **MATLAB Guide, Second Edition**  
Desmond J. Higham and Nicholas J. Higham  
2005 • xxiv + 382 pages • Hardcover • 978-0-898715-78-1  
List \$57.00 • SIAM Members \$39.90 • OT92
15. **Variational Methods for the Numerical Solution of Nonlinear Elliptic Problems**  
Roland Glowinski  
2015 • xx + 462 pages • Softcover • 978-1-611973-77-8  
List \$79.00 • SIAM/CBMS Member \$55.30 • CB86
- T16. **Matrix Analysis for Scientists and Engineers**  
Alan J. Laub  
2005 • xiv + 157 pages • Softcover • 978-0-898715-76-7  
List \$48.00 • SIAM Members \$33.60 • OT91
- T16. **A Primer for Radial Basis Functions with Applications to the Geosciences**  
Bengt Fornberg and Natasha Flyer  
2015 • x + 221 pages • Softcover • 978-1-611974-02-7  
List \$79.00 • SIAM/CBMS Members \$55.30 • CB87
18. **Mathematics and Climate**  
Hans Kaper and Hans Engler  
2013 • xx + 295 pages • Softcover • 978-1-611972-60-3  
List \$59.00 • SIAM Members \$41.30 • OT131
19. **Computational Science and Engineering**  
Gilbert Strang  
2007 • xii + 713 pages • Hardcover • 978-0-961408-81-7  
List \$90.00 • SIAM Members \$63.00 • WC07
20. **Spline Functions: Computational Methods**  
Larry L. Schumaker  
2015 • xii + 413 pages • Hardcover • 978-1-611973-89-1  
List \$83.00 • SIAM Members \$58.10 • OT142
21. **Ordinary Differential Equations and Linear Algebra: A Systems Approach**  
Todd Kapitula  
2015 • xii + 300 pages • Softcover • 978-1-611974-08-9  
List \$79.00 • SIAM Members \$55.30 • OT145
22. **Numerical Computing with MATLAB: Revised Reprint**  
Cleve B. Moler  
2004 • xii + 336 pages • Softcover • 978-0-898716-60-3  
List \$56.50 • SIAM Members \$39.55 • OT87
23. **Spectral Methods in MATLAB**  
Lloyd N. Trefethen  
2000 • xviii + 165 pages • Softcover • 978-0-898714-65-4  
List \$57.00 • SIAM Members \$39.90 • SE10
24. **Mathematics of Social Choice: Voting, Compensation, and Division**  
Christoph Börgers  
2010 • xii + 245 pages • Softcover • 978-0-898716-95-5  
List \$39.00 • SIAM Members \$27.30 • OT119
- T25. **Active Subspaces: Emerging Ideas for Dimension Reduction in Parameter Studies**  
Paul G. Constantine  
2015 • x + 100 pages • Softcover • 978-1-611973-85-3  
List \$39.00 • SIAM Members \$27.30 • SL02
- T25. **Preconditioning and the Conjugate Gradient Method in the Context of Solving PDEs**  
Josef Málek and Zdeněk Strakoš  
2015 • x + 104 pages • Softcover • 978-1-611973-83-9  
List \$39.00 • SIAM Members \$27.30 • SL01

To purchase SIAM books, contact SIAM Customer Service at SIAM, 3600 Market Street, 6th Floor, Philadelphia, PA 19104-2688 phone +1-215-382-9800 fax +1-215-386-7999. Customers outside North America can order through Cambridge University Press: [www.cambridge.org/siam](http://www.cambridge.org/siam). For general information, go to [www.siam.org](http://www.siam.org).

\*SIAM's bestselling titles for the 12 months ended April 30, 2016. Sales are from all sources, including SIAM, online retailers, and SIAM's distribution partners.